

Schémas de construction des décors au compas des phalères laténiennes de champagne

Marc Bacault, Jean-Loup Flouest

Citer ce document / Cite this document :

Bacault Marc, Flouest Jean-Loup. Schémas de construction des décors au compas des phalères laténiennes de champagne. In: Décors, images et signes de l'âge du Fer européen, XXV^e colloque de l'AFEAF, thème spécialisé. Tours : Fédération pour l'édition de la Revue archéologique du Centre de la France, 2003. pp. 145-170. (Supplément à la Revue archéologique du centre de la France, 24);

https://www.persee.fr/doc/sracf_1159-7151_2003_act_24_1_1139

Fichier pdf généré le 02/04/2018

Abstract

The use of compasses to design the patterns seen in the openwork decoration of Vth and IVth century BC phalerae is well- known but, to date, the detailed working out of the stages in the development of these designs has frequently only received scant attention. Computer-based analyses, including visualisation, allow the processes involved to be explained more fully, and to envisage both the means by which the circles were subdivided and to consider the possibility of the use of standardized measures in laying out the compositions. By comparing the theoretical schemes and the actual objects as made it is sometimes possible to understand the technical choices made at the design stage. Finally, based on a possible link between a motif frequently found on the phalerae and Pythagorean number theory, it is possible to hypothesize a link between the colonies of Magna Graecia and north-east France.

Résumé

L'utilisation du compas est bien identifiée dans les décors ajourés des phalères des V-IVe s. av. J.-C., mais l'analyse détaillée des étapes de construction théorique du décor est parfois trop synthétique pour être suivie pas à pas. La programmation et la visualisation informatisées nous permettent d'esquisser une explication du processus tandis que l'on s'intéresse aux modes de subdivisions des cercles les uns par rapport aux autres sous l'angle en particulier des éventuelles unités de longueur sous-jacentes aux compositions. La comparaison entre les schémas et les objets réalisés permet parfois de comprendre les choix techniques des épures telles que nous les proposons. Enfin, les relations avec les colonies de Grande- Grèce sont envisagées au sujet d'une hypothèse liée à la numérologie pythagoricienne, dans un motif récurrent.

Schémas de construction des décors au compas des phalères laténiennes de Champagne

MARC BACAULT
JEAN-LOUP FLOUEST

1 • Etat de la recherche et problématique

1.1 LES DIFFICULTÉS DE LA DESCRIPTION

En préparant une conférence, dans le cadre de la " Fête de la Science ", sur l'art du compas chez les Gaulois¹, l'un d'entre nous (JLF) a réalisé que les documents scientifiques publiés sur ce sujet, n'étaient pas très explicites ou, du moins, d'un accès aisé. La principale difficulté vient du fait que les auteurs hésitent entre une description suggestive de type littéraire et une description analytique de type mathématique, du fait de l'ignorance où nous sommes des notions conceptuelles qui sous-tendent les tracés.

Ainsi, Déchelette, dans ses pages consacrées à l'art celtique, lorsqu'il décrit la phase des décors curvilinéaires, utilise des métaphores sans connotation culturelle comme des " larmes ", des " vessies de poisson ", ou encore des termes généraux comme

" courbes souples et lignes serpentinees " et enfin, des appréciations esthétiques " courbes gracieuses " (Déchelette 1927 : l'art ornemental, p. 1019-1030). Depuis, la situation a peu évolué ; ce sont les commentaires explicatifs de type scientifique qui restent allusifs : les expressions " tracés géométriques complexes ", " enchevêtrements d'arcs " ou " complex interlinking circle motifs " avec, dans les espaces interstitiels, des " triangles à côtés incurvés ou concaves ", reviennent le plus souvent dans les approches les plus objectives ; quant aux auteurs qui privilégient un style imagé pour rendre compte des formes créées par ces accumulations de cercles, ils utilisent le plus souvent les mots de " rosaces ", " croissants ", " pétales ", " amandes ", qui se métamorphosent en " feuilles-virgules ", " lunules ", " lentilles ", " vessies de poissons ", " faux ", voire en " motifs falciformes ". Ou bien ce sont les illustrations qui livrent en un, voire deux dessins, l'ensemble des tracés, laissant le lecteur un peu perplexe sur ses capacités à retrouver un cheminement progressif, malgré quelques signes de hiérarchie (Fig. 1).

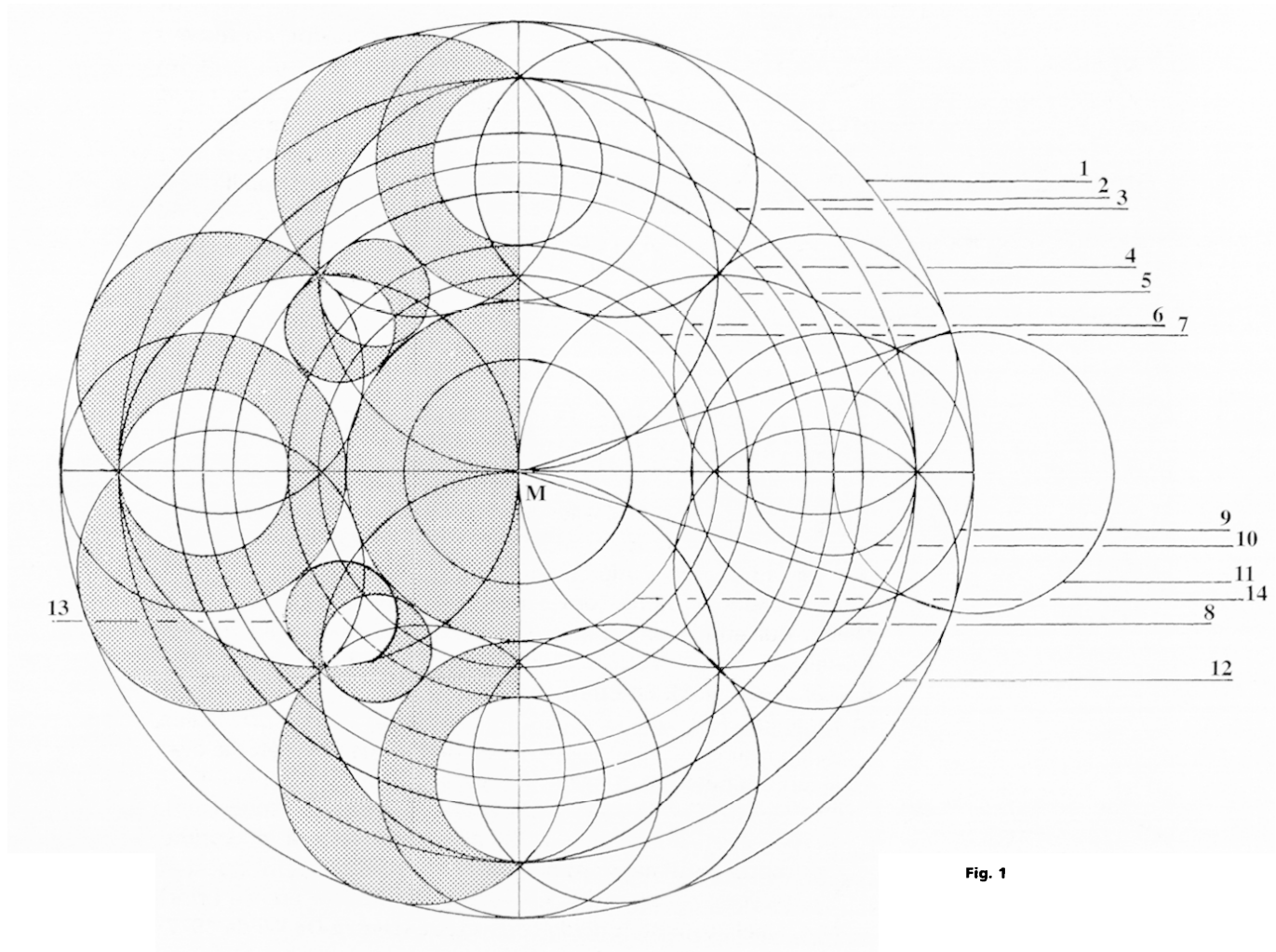


Fig. 1

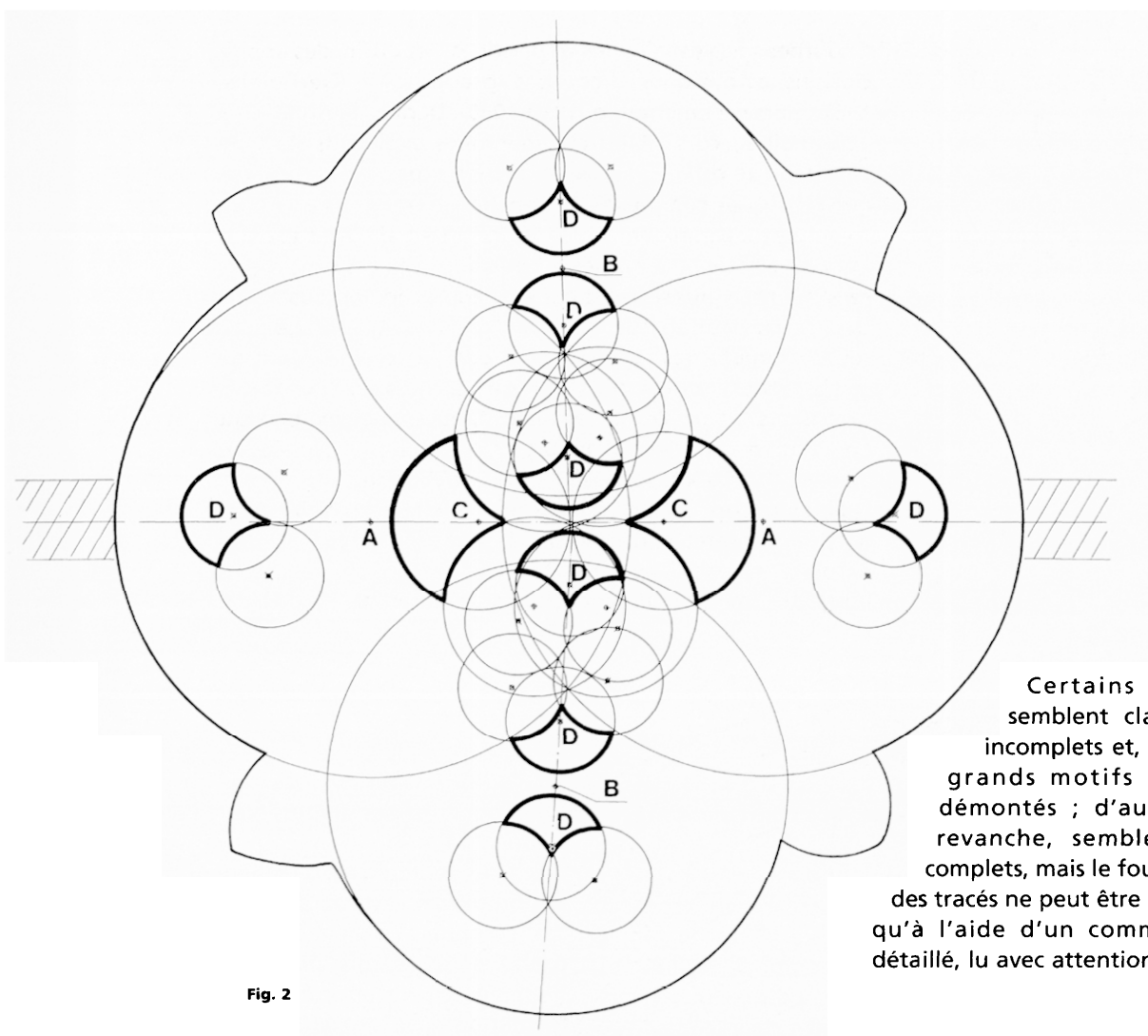


Fig. 2

Certains dessins semblent clairement incomplets et, seuls, les grands motifs ont été démontés ; d'autres, en revanche, semblent très complets, mais le fouillis final des tracés ne peut être déchiffré qu'à l'aide d'un commentaire détaillé, lu avec attention (Fig. 2).

1.2 TRAVAUX MAJEURS, ANCIENS ET RÉCENTS, AYANT PRIVILÉGIÉ L'APPROCHE MATHÉMATIQUE

Après avoir consulté les chapitres consacrés à l'utilisation du compas dans les principaux ouvrages sur l'art celtique, une publication, entièrement consacrée à ce sujet, se distinguait donc clairement parmi toutes les autres, celle de M. Lenerz-De Wilde, qui étudia près de deux cents objets en céramique et en métal, à travers l'Europe, présentant un décor au compas (*Zirkelornamentik*). En effet, dans cet ouvrage paru en 1977, pour la première fois, une approche mathématique était privilégiée, puisque, pratiquement, chaque cercle de chaque objet étudié avait reçu un numéro en partant du cercle extérieur, dénommé 1, jusqu'au dernier. Et d'autre part, cet auteur, afin de souligner la cohérence de chaque réalisation, avait choisi d'exprimer toutes les dimensions des cercles, en fraction par rapport au rayon du cercle n°1. Ce sera donc notre référence principale tout au long de cette étude (Lenerz-De Wilde 1977). Cependant, même dans cet ouvrage, certains dessins semblaient parfois inadaptés, ainsi pour les phalères de Ville-sur-Retourne où les lignes droites d'un motif², étaient expliquées, de façon abusive, par des enchaînements de cercles (Lenerz-De Wilde 1977, pl. 29, cercles 10 et 11). De même pour des motifs de fleurs de lotus ou d'esses affrontées disposées en frise sur les trois plaques festonnées de Somme-Bionne (Fig. 3), l'interprétation proposée rendait difficilement

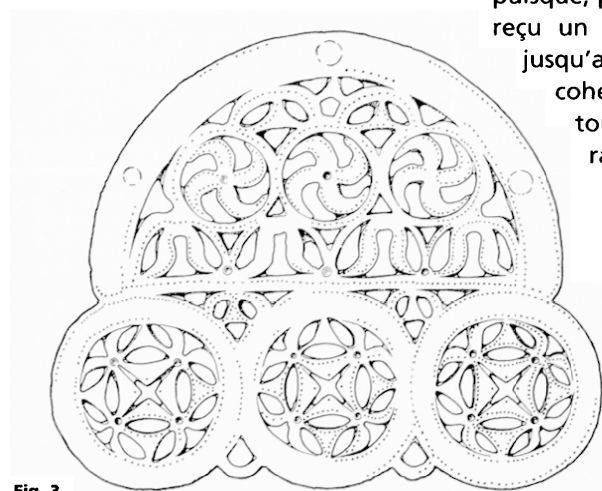


Fig. 3

compte de l'inflexion des motifs végétaux (Fig. 4). Grâce au travail de S. Verger sur les mobiliers des tombes aristocratiques champenoises, il était possible de bénéficier d'une approche différente et complémentaire de la précédente, celle qui consiste à identifier les ateliers de fabrication d'après deux critères fondamentaux :

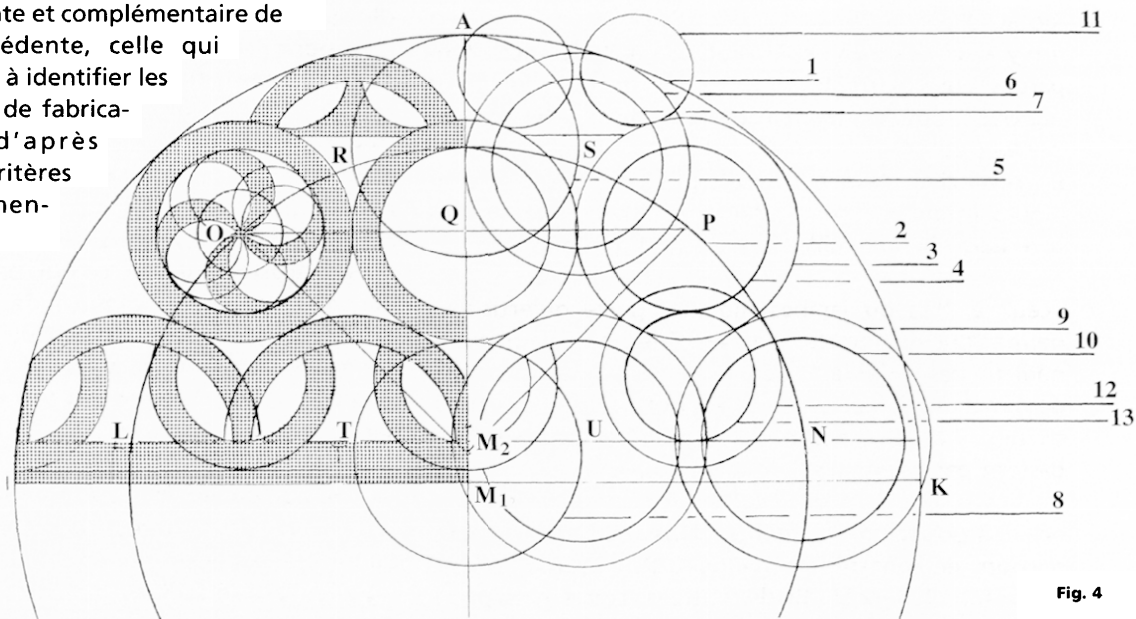


Fig. 4

les répertoires de motifs et les compétences techniques liées à la maîtrise des outils (Verger 1994). Cet auteur, ayant eu la plupart des objets entre les mains et sous la binoculaire, a pu mener à bien le délicat travail de confrontation entre les traces du projet ornemental et les traces des solutions techniques utilisées pour y parvenir. Les comptes rendus de ces observations, plus particulièrement celles consacrées aux ornements de harnachement (Verger 1994, p. 575-642, pl. 206-259), nous permettront d'approfondir la réflexion sur les choix des artisans, notamment lorsqu'il pouvait y avoir des incompatibilités entre les subtilités du motif, que nous pouvons reconstituer idéalement, et les contraintes techniques.

1.3 QUESTION PRÉALABLE : COMPAS OU " OUTIL À TRACER DES CERCLES " ?

S Verger a tenu à argumenter sur l'inexistence de compas à pas variable durant la protohistoire, et le V^e s. av. J.-C. en particulier (Verger 1994, p. 641), alors que, malgré l'absence de découverte de véritables compas, la majorité des spécialistes considère son emploi comme acquis ; par exemple, en 1983, V. Kruta attribue à l'emploi du compas, dès la phase initiale de l'art laténien, une bonne partie de l'originalité du traitement des motifs d'inspiration étrusque par les artistes celtiques, qui trouvent ainsi une voie pour exprimer leur " propension innée à jouer avec les volumes ou les lignes, au détriment des formes naturelles "3. Pour éviter d'avoir à rester, durant tout notre exposé sur l'utilisation du compas, en porte-à-faux sur ce point technique4, il faut donc faire un bilan de nos connaissances sur ce

sujet, pour dissiper un possible malentendu. Depuis l'âge du Bronze, l'utilisation de machines tournantes, tour horizontale véritable ou trépan vertical, à archet ou à mouvement continu, a accoutumé les artisans à produire des décors circulaires, à respecter scrupuleusement le centrage des volumes de révolution qu'ils engendraient en jouant sur les attaques tangentielles de leurs outils. Nous ne pourrions probablement jamais dire si toutes les notions mathématiques sous-jacentes aux figures circulaires étaient ou non explicites pour tous les artisans, mais, comme aujourd'hui, le non-respect de certains critères du travail sur le tour entraînait des défauts, voire des accidents, qui stimulaient l'apprentissage...

Tous les observateurs attentifs ont signalé les vestiges des tracés qui signent l'utilisation d'un outil à tracer des cercles : impact du point central et tracé sans faute du périmètre circulaire, par exemple, dès l'âge du Bronze moyen, sur des éléments de harnachement en bois de cerf de la grotte des Perrats à Agris (Gomez de Soto 1995, p. 71-72 et 217-218). Des diamètres exceptionnellement petits ont même été soigneusement enregistrés, sur céramique surtout, mais aussi sur métal (Lenerz-De Wilde 1977, tabl. 9, p. 34, qui regroupe les plus petits rayons étudiés, allant de 0,2 à 1 cm ; voir également la présentation de résultats identiques par Pavel Sankot dans ce même colloque).

Jacobsthal avait même signalé des brouillons au dos de pièces terminées, ce qui suggère des débats, des hésitations sur des constructions en gestation (plaque festonnée 1368 de Somme-Bionne, dans Stead, Rigby 1999, p. 132).

Il n'y a donc aucune contestation sur l'existence d'appareils qui ont permis tous ces tracés, que l'on peut regrouper pour le moment sous le terme d'outils à tracer des cercles.

En revanche, c'est sur les différentes solutions techniques retenues pour fabriquer ces outils que les avis divergent. Deux familles d'outils sont possibles :

- ceux à bras ou jambes mobiles, parce qu'articulés, permettant des écartement variables, d'où leur autre nom "à pas variable" ; c'est le principe de construction de notre modèle actuel, avec de nombreuses variantes, du type "à pointes sèches" au "maître à danser" en passant par le compas "de réduction".

- ceux à pointes fixes, insérées dans une barre-support, pouvant en contenir au minimum deux, puisque l'une des pointes jouera le rôle de centre du cercle, mais peut-être trois, voire plus, "escamotables", comme le suggère S. Verger à propos de Somme-Bionne (Verger 1994, p. 641). Ce type se rapproche du modèle contemporain dit "à verge", puisque les pointes traçantes peuvent coulisser sur une règle graduée.

Lorsque l'on consulte la bibliographie sur le sujet, on constate que les compas anciens (Lenerz-De Wilde 1977, p. 5-7), non seulement sont rares, mais en plus ne deviennent abondants qu'à partir du II^e-I^{er} s. av. J.-C. (Fig. 5 et 6). D'autre part, il s'agit de compas du premier type, c'est-à-dire avec une branche pivot, rectiligne ou coudée, qui reçoit une branche mobile. Autre caractéristique remarquable, la partie destinée à la préhension est relativement longue, ce qui correspond, dans nos modèles actuels, aux compas à balustre, destinés à tracer des cercles de petit diamètre. Enfin, à la période romaine sont attestés des compas qui n'ont pas grand-chose à envier à nos modèles. Ils

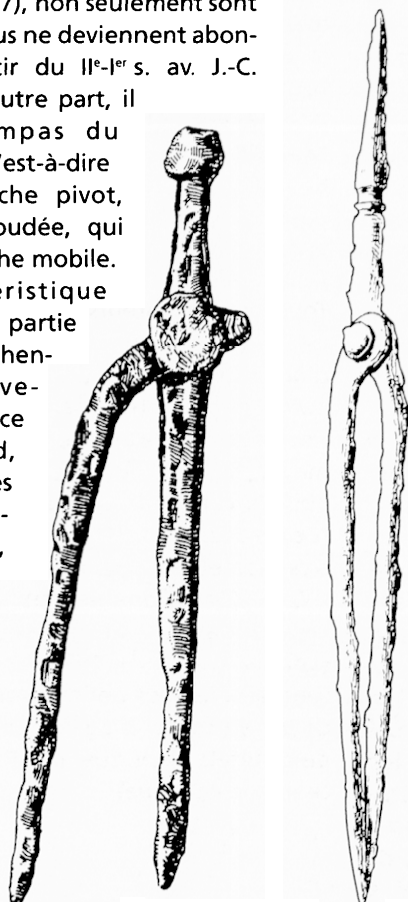


Fig. 5

Fig. 6

sont en bronze et fer, ce métal étant réservé aux pointes, souvent incomplètes (voire absentes par corrosion), qui pouvaient être changées ou affûtées (Božič 2001, fig. 1 et 2, p. 18).

C'est donc cette rareté qui a été à l'origine de la position de S. Verger qui propose, soit l'usage de compas du second type, c'est-à-dire de règles à perforations multiples avec pointes amovibles, soit des outils à deux pointes, à l'image des "bêtes à cornes", outils des tonneliers et des charrons, à écartement fixe, ce qui, par exemple, pour la phalère ajourée de Somme-Bionne, nécessiterait l'emploi de sept de ces outils (Verger 1994, p. 603).

Il reste que l'abondance des traces d'utilisation d'outils à tracer des cercles dans toutes sortes de régions, dès le début du second âge du Fer, invite à s'interroger sur les raisons de la rareté des trouvailles. Parmi les explications possibles, il faut signaler l'article de K. Gostenčnik (1988a) à propos de tiges métalliques d'une quinzaine de cm de long qui se terminent par une extrémité coudée de moins d'un cm de long et une autre, amincie, voire oxydée de un à deux cm. Il s'agit de branches d'un compas constitué d'une partie centrale de forme cintrée, en métal déformable, qui est sertie sur les extrémités amincies des tiges citées précédemment (Fig. 7). Ce sertissage, avec le temps, laisse s'échapper les tiges, d'où les découvertes incomplètes et restées énigmatiques jusqu'à cet article. Si les outils ainsi reconstitués s'apparentent plutôt à des compas d'épaisseur, à des gabarits réglables, on ne peut s'empêcher de penser qu'il peut y avoir eu des modèles à branches rectilignes, dont l'identification comme élément de compas à tracer, une fois désolidarisées, est quasiment impossible.

L'absence de compas pour les périodes anciennes, comme le V^e s. av. J.-C., peut également s'expliquer par la possibilité que tous ceux qui ont vu travailler des charpentiers connaissent : rien n'est plus facile que de relier entre eux deux liteaux de bois par un rivet, laissant une mobilité réglable selon la friction exercée par le rivet : c'est l'instrument dénommé curieusement "fausse équerre" ; lorsqu'elle est munie à ses extrémités de deux pointes de fer, elle se transforme en compas, qui ne laissera au mieux pour la postérité, après décomposition du bois, que deux pointes de fer tout à fait anodines. Quant au système, comparable au cordeau du jardinier, qui utilise deux pointes, en bois ou en métal, reliées entre elles par une ficelle que l'on enroule ou déroule pour régler le rayon du cercle, son utilisation n'a laissé, à nouveau, que les traces de deux pointes banales.

Enfin, comme souvent en archéologie, l'explication d'une absence peut provenir de l'aspect aléatoire des découvertes, et le hasard a voulu qu'au cours de ce colloque, de nouvelles découvertes d'authentiques compas, à pas variable, du V^e s. av. J.-C., soient présentées par Pavel Sankot sur le site de Mšecké Zehrovice



Fig. 7. a

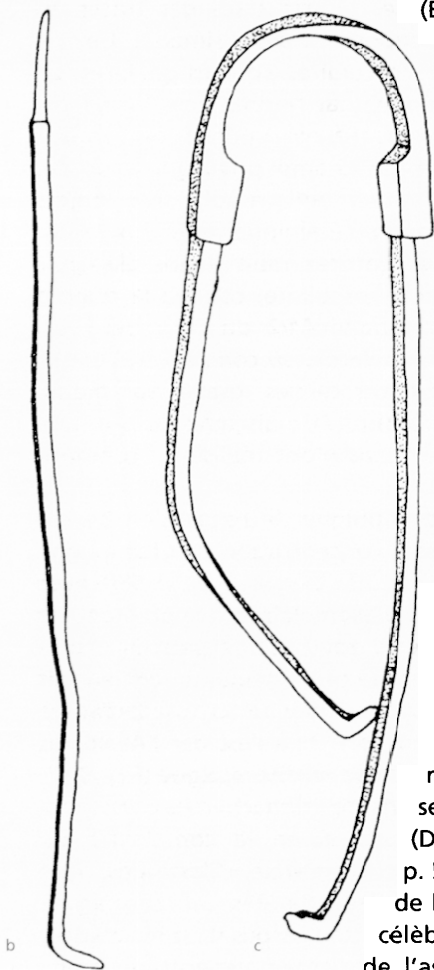


Fig. 7

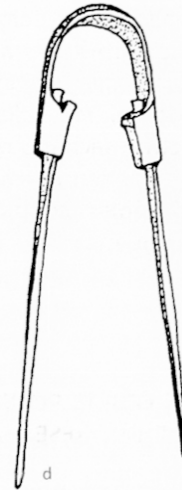
(Bohême) et par Philippe Gruat sur le site du Puech de Mus (Aveyron) ! Nous utiliserons donc le terme courant de compas, sans restriction, dans la suite de nos explications.

1.4 COMMENT REDONNER À LA PHASE ARTISTIQUE DE L'ART DU COMPAS SA DIMENSION MATHÉMATIQUE ?

Après avoir fait ces différents constats, c'est donc le compas à la main que certaines constructions furent retrouvées et présentées (cf. note 1). A l'image de l'archéologie expérimentale, en marchant dans les "coups de compas" des concepteurs celtiques, ce fut l'occasion de prendre conscience de démarches abstraites plus ou moins élaborées qu'il semblait intéressant d'explicitier et de rendre le plus intelligibles possible.

Cette analyse a été clairement stimulée par les réflexions de P.-M. Duval, non seulement par ses travaux sur une grammaire de l'art celtique (Duval 1989, vol. I, L'art des Celtes et la Gaule, p. 505-545) mais aussi par ses conseils à propos de la publication d'objets complexes⁵, comme les célèbres dodécaèdres d'époque romaine, résultant de l'assemblage parfait de douze pentagones sur une sphère, présentant des perforations de diamètre variable au centre de chacun d'entre eux⁶.

Ensuite, le projet d'améliorer la présentation du cheminement nécessaire se trouva encouragé par le thème spécialisé "Décors, images et signes de l'art celtique" retenu pour le colloque de l'AFEAF 2002. Il semblait, en effet, utile, pour donner un aperçu le plus complet possible de l'art celtique du V^e s. av. J.-C., de rappeler qu'à côté des influences orientales, visibles dans les motifs végétaux, le bestiaire fantastique parfois associé à des masques humains, et à côté des motifs géométriques rectilinéaires de tradition hallstattienne, il y avait eu une véritable école artistique fondée sur l'usage du compas en Champagne orientale.



1.5 COMMENT RENDRE PLUS PÉDAGOGIQUE LA PRÉSENTATION DES ÉTAPES DES TRACÉS ?

Même si pour des spécialistes de l'art celtique "les connaissances mathématiques" des Celtes, et des druides en particulier, "sont patentes pour l'observateur, même béotien, des savantes constructions géométriques en particulier dans le domaine des pièces de harnais" (Rapin 2000, p. 16), il nous semblait pouvoir faire œuvre utile en explicitant, de façon plus détaillée, des notions que tout le monde percevait.

Au hasard des discussions avec un collègue (M.B.), agrégé de Mathématiques et féru d'histoire de sa discipline et d'astronomie, il apparut qu'une possibilité de décomposer de façon animée,

tracé après tracé, les constructions mathématiques les plus complexes, existait, à la condition de savoir utiliser un programme informatique (Latex avec Metapost) conçu pour les besoins des mathématiciens, par le professeur américain Knuth, spécialiste en algorithmes. Les tâches étaient donc réparties ainsi : dans un but de vérification, M. Bacault travaillerait dans un premier temps sur les photos ou les relevés bruts, sans commentaire, d'objets au décor complexe réalisé au compas ; puis, une fois validées les démarches de reconstruction proposées par les différents archéologues, l'étape suivante consisterait à faire tester par mon collègue, dans le rôle du candide, les calculs des rayons et leurs rapports respectifs, sachant que M. Lenerz-De Wilde avait signalé la récurrence, avec une fréquence élevée, de rapports privilégiés, comme le nombre d'or⁷, dont certains archéologues avaient fait état⁸.

1.6 CHOIX DES OBJETS POUR L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DE PRÉSENTATION

Dans un premier temps, il fallait donc éviter de disperser notre énergie sur des objets trop simples à décomposer et trouver des mobiliers au décor géométrique élaboré et, si possible, ayant été très souvent commentés, pour pouvoir confronter nos interprétations.

Pour explorer et exposer les richesses des tracés au compas, le choix du support fut assez simple : il existe une catégorie d'objets circulaires appelés phalères, en bronze et en fer, qui ont, par nature, une forme qui semble les prédestiner à recevoir un décor au compas. Elles constituent donc un champ privilégié pour des observations, comparativement à d'autres objets comme les récipients en céramique qui, eux aussi, portent des décors au compas mais moins élaborés. D'autres objets de forme circulaire, comme la célèbre gourde à pied de la tombe 44/2 du Dürrnberg bei Hallein, portent bien des décors au compas, en l'occurrence parmi les plus petits cercles, gravés sur métal, connus (Frey 1980, p. 83, fig. 17), mais jamais autant que sur les phalères, les artisans n'ont réalisé de compositions aussi complexes.

Du point de vue géographique, la répartition de ces objets montre une réelle concentration en Champagne (Lenerz-De Wilde 1977, p. 93 ; Verger 1994, p. 580) avec près d'une quarantaine d'exemplaires, en comptant les plaques festonnées. Cette zone même peut être plus circonscrite encore, puisque ces ornements sont en fait issus de tombes concentrées dans un croissant situé à l'est de Reims, limité au nord et à l'est par l'Aisne, au sud, par la région de Châlons-en-Champagne (Fig. 8).

Parmi tous ces ornements de harnachement, on peut distinguer plusieurs types, selon la complexité du découpage géométrique du cercle. C'est ainsi que Lenerz-De Wilde a trié les phalères et les plaques ajourées, comme le reste de son corpus d'objets décorés au compas, en fonction du fractionnement du décor : cercle découpé en 3, en 4, etc.

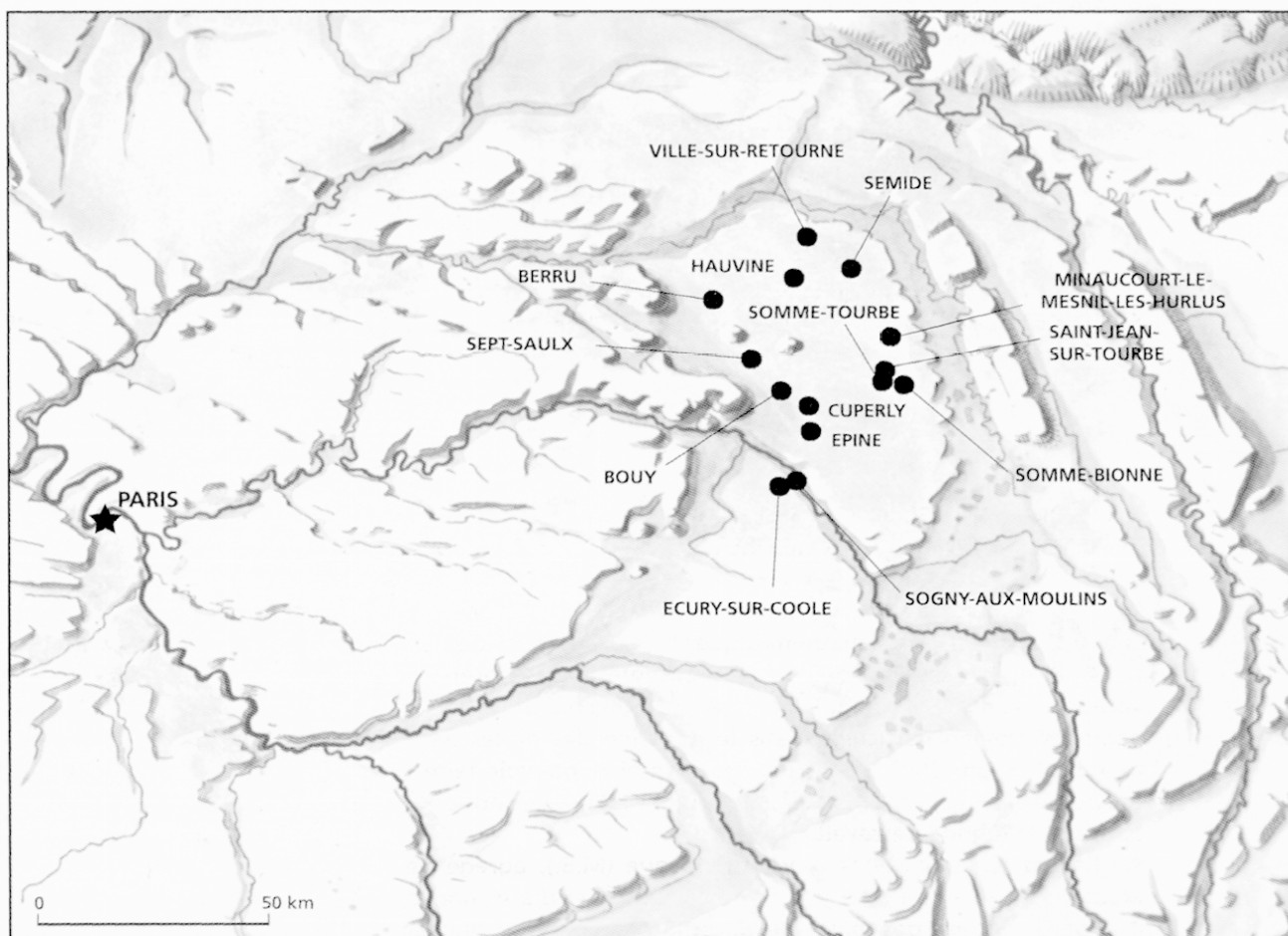


Fig. 8

S. Verger a privilégié un classement selon la taille et selon le mode de construction, sur un fond chronologique. Par exemple, il distingue une classe de disques de diamètre de 4 à 9 cm et de plaques festonnées (soit pour la Champagne, 12 exemplaires) qui constituent le groupe le plus ancien (La Tène A ancienne et début de La Tène A récente). Son second groupe de disques, d'un diamètre supérieur à 12 cm est subdivisé en trois sous-groupes, celui de Cuperly, celui de Saint-Jean-sur-Tourbe et celui d'Ecury-sur-Coole, qui représenteraient une évolution chronologique de La Tène A récente à La Tène B1 ancienne (soit pour la Champagne, près d'une vingtaine d'exemplaires).

Pour aller à la démonstration la plus simple, malgré la complexité des tracés, nous avons donc retenu uniquement des phalères constituées d'un seul disque, et non pas celles qui sont composées de disques juxtaposés ou légèrement sécants, appelées " plaques festonnées " (cf. Fig. 3).

Toujours dans un objectif de sériation des difficultés, il fut décidé de ne traiter que des objets présentant des tracés du style statique, c'est-à-dire sans enchaînement de figures circulaires par translation ou rabattement, qui caractérisent les décors des frises du style continu du IV^e s. av. J.-C.

Deux objets correspondaient donc aux critères définis précédemment :

- une phalère trouvée dans la tombe à char de Somme-Bionne, " L'Homme Mort " (Marne), (collection Morel au British Museum), en bronze, d'un diamètre de 67 à 68 mm, datée de la fin du V^e s. av. J.-C. (Stead, Rigby 1999, p. 132-133, fig. 185)⁹. La phalère ajourée de Somme-Bionne, parmi les six exemplaires comparables de Champagne, représente le type le plus élaboré de l'avis de tous les spécialistes, et c'est ce qui lui vaut d'être l'objet le plus souvent figuré pour illustrer l'art du compas (Fig. 9).



Fig. 9

- l'autre phalère provient d'une autre tombe à char, celle de Cuperly (Marne) (collection Fourdrignier au MAN), en bronze également, d'un diamètre de 110 mm¹⁰. Elle appartient à un ensemble funéraire que S. Verger a rediscuté récemment, et pour lequel il a proposé une datation vers la fin du V^e s. av. J.-C. également. La principale raison du choix de cette pièce de Cuperly, c'est que la richesse et la rigueur des tracés au compas y sont à leur apogée, même si S. Verger, notant un début de simplification des tracés, la voit un peu sur le déclin. En effet, par la suite, vers la fin du V^e s. av. J.-C., les artisans prendront de plus en plus de liberté par rapport à la géométrie : travail à main levée et enchaînement systématique des motifs déformés pour mieux se fondre dans l'ensemble d'un décor¹¹. La phalère de Cuperly présentait, en outre, l'avantage, par rapport à notre approche pédagogique, d'avoir gardé des zones d'ombres quant au rôle du compas, dans les commentaires et les reconstructions proposées (Fig. 10).

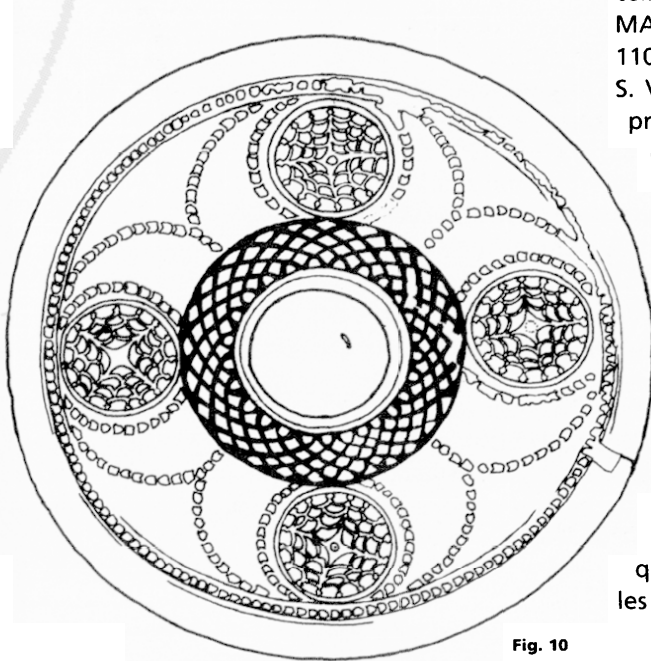


Fig. 10

2 • Présentation des méthodes de tracés pas à pas

2.1 CONSTRUCTIONS RÉALISABLES, À L'INTÉRIEUR D'UN CERCLE, À L'AIDE DE LA RÈGLE ET DU COMPAS

Pour faciliter la compréhension des cheminements suivis lors des tracés des figures complexes, il est utile de rappeler, dans un ordre croissant de difficulté, les différentes divisions possibles du cercle, ainsi que celles qui ne le sont pas, impliquant, de ce fait, un tracé à main levée.

2.1.1

L'étape la plus simple, celle que pratiquent tous les enfants qui découvrent l'usage du compas, est la division en 6 parties, puisqu'il suffit de repiquer le compas sur le périmètre sans changer l'écartement initial. Puis d'intersections en intersections, le tracé se poursuit pour obtenir finalement une rosace à six pétales.

Si l'on joint les sommets de la rosace entre eux, on obtient un hexagone régulier. En revanche si l'on ne joint qu'un sommet sur 2, on obtient un triangle équilatéral (Fig. 11).

Ces tracés permettent de résoudre le découpage du cercle en 3, 6, 12, 24, etc., en remarquant qu'au-delà de 24 côtés, le polygone obtenu est constitué d'un si grand nombre de segments (cordes), par exemple 48, que l'effet visuel est peu différent du cercle¹², et que,

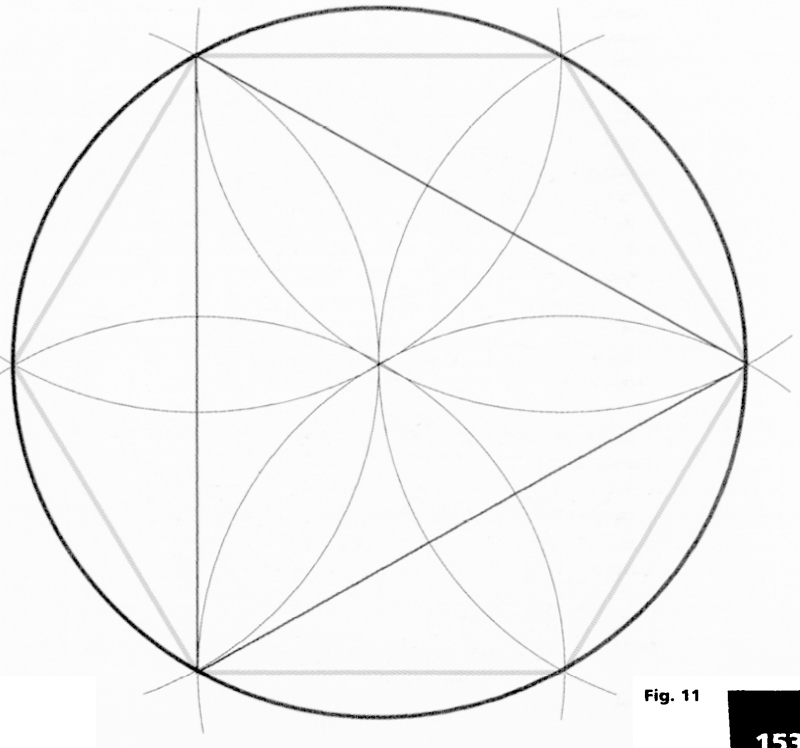


Fig. 11

d'autre part, l'angle au centre, correspondant à chaque arc, égale $7,5^\circ$, ce qui, à nouveau, sur le plan visuel, engendre un foisonnement de diamètres, correspondant à un seuil de lisibilité.

Paradoxalement, la Champagne ne fournit que peu d'exemples de motif divisé en six parties : ce sont essentiellement les plaques ajourées de la tombe à char de Somme-Bionne qui présentent des rosaces à six pétales imbriqués par groupe de trois (Stead, Rigby 1999, fig. 189-190). Lenerz-De Wilde propose de voir dans les quatre " triangles à bords concaves " qui ornent la périphérie des trois cercles de base des plaques festonnées de Somme-Bionne, le résultat d'un découpage ternaire (Lenerz-De Wilde 1977, objet : pl. 20, 1a, interprétation : 1b). Le tracé géométrique proposé semble assez éloigné du résultat final.

2.1.2

La deuxième famille des subdivisions du cercle repose sur le découpage en quatre parties égales. Par rapport à la famille précédente, ce tracé demande une connaissance de la méthode de construction d'un angle droit, soit avec un compas, sous la forme d'une perpendiculaire à un segment (en l'occurrence une médiatrice), soit en ayant recours à la construction d'un triangle rectangle, en utilisant les propriétés résumées dans la formule dite " théorème de Pythagore ", selon laquelle le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux autres côtés.

La formulation abstraite précédente est remplacée sur le terrain, depuis l'Antiquité, par l'application du découpage, bien connue des maçons et charpentiers, de " la corde à 12 nœuds " régulièrement espacés, soit 5 segments pour l'hypoténuse, et 4 et 3 segments pour les côtés de l'angle droit.

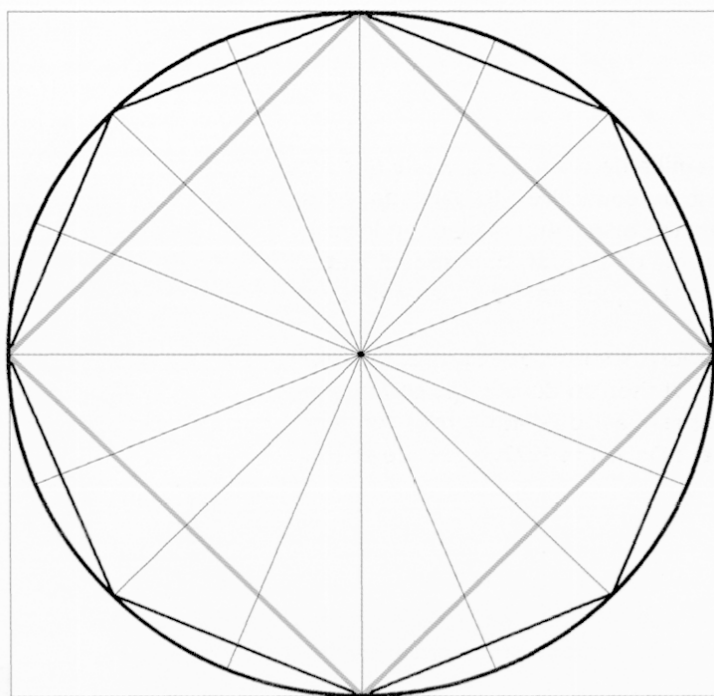


Fig. 12

La première méthode mène à choisir ensuite la construction de deux diamètres perpendiculaires, se recoupant donc au centre du cercle, tandis que la deuxième méthode incite plutôt à " inscrire " un cercle dans un carré dont les diagonales constitueront la première étape du découpage selon des multiples de 2, à savoir 4, 8, 16, 32, etc. (Fig. 12). Pour les mêmes raisons que précédemment, un découpage plus poussé atteint les limites courantes de lisibilité.

Sous l'angle de l'observation archéologique, le choix d'une méthode plutôt qu'une autre laisse des traces différentes (points d'impacts et arcs) ; le hasard de la conservation peut permettre leur observation.

En Champagne, c'est, de loin, la famille la plus importante ; Lenerz-De Wilde y distingue le groupe des ornements avec des motifs quaternaires et le groupe avec des multiples de quatre. Dans le premier groupe, se trouvent la phalère de Lépine, la plaque festonnée de Saint-Jean-sur-Tourbe, la plaque festonnée des environs de Suippes, malgré son découpage peu soigné, la phalère de Cuperly, les plaques festonnées de Somme-Bionne et de Ville-sur-Retourne. Plus rares sont les exemplaires avec des motifs multiples de quatre : la phalère de Somme-Bionne est découpée en huit secteurs, tandis que Lenerz-De Wilde propose de voir un découpage préparatoire en seize pour expliquer les tracés des jours périphériques des plaques festonnées de Ville-sur-Retourne.

2.1.3

La famille de construction suivante, fondée sur le découpage en 5 parties, est la dernière à être fréquemment utilisée et à ouvrir les portes sur des subdivisions, théoriquement infinies. C'est surtout la plus prestigieuse, car la plus complexe à réaliser. Avant de passer au tracé proprement dit, il est nécessaire de préciser quelques données culturelles, antiques et modernes, qui permettront de mieux comprendre les enjeux intellectuels de ces figures géométriques, qui, aujourd'hui, peuvent nous sembler dénuées de pouvoir particulier.

Plusieurs méthodes sont connues dans l'Antiquité, qui diffèrent de celle qu'on enseigne le plus souvent aujourd'hui. Ces tracés représentaient une telle connaissance que, pendant longtemps, leur divulgation en était quasi réservée à l'intérieur de groupes d'initiés comme les astronomes, les savants, les compagnons bâtisseurs¹³.

Sans entrer dans le débat que représente, pour les historiens des mathématiques, la découverte des nombres irrationnels¹⁴ comme la diagonale du carré, par exemple, il faut rappeler, à propos du découpage du cercle en cinq parties égales, qu'Euclide, mathématicien d'Alexandrie du III^e s. av. J.-C., montra que la diagonale et le côté du pentagone formaient un rapport très particulier, qui impliquait la racine carrée de 5. En effet, ce rapport représentait la solution géométrique positive d'une équation du second degré. Cette proportion remarquable a connu une célébrité universelle sous le nom de " proportion dorée ", " divine proportion ",

2.2 LES TRACÉS RÉALISÉS " À MAIN LEVÉE "

Les polygones ou les cercles découpés qui n'appartiennent pas aux trois familles précédentes ne résultent pas de constructions mathématiques et sont donc à ranger dans les constructions dites " à main levée ", où l'habileté, le soin et une bonne perception de l'espace sont essentiels. Il s'agit des découpages suivants en :

7	9	11	13	19	21	23	25	27
14	18	22	26	38	42	46	50	...
28	36	44	...					

Sur la plaque festonnée de Ville-sur-Retourne qui présentait un disque inférieur à dix demi-cercles, le disque symétrique ne présente que neuf demi-cercles (l'erreur est grossièrement provoquée par l'augmentation de la taille de deux demi-cercles, cf. Lenerz-De Wilde 1977, pl. 30). A Cuperly, sur la phalère, l'artisan a choisi un découpage inhabituel au centre, puisque le motif crénelé (" solaire ") comprend dix-huit branches (*Ibid.*, pl. 25, 2a et 2b).

2.3 THALÈS AU SECOURS DES DÉCOUPAGES IMPOSSIBLES AU COMPAS ET À LA RÈGLE

Il faut en effet signaler que l'impossibilité de construire des figures régulières au compas et à la règle, ayant un nombre de côtés contenus dans le tableau ci-dessus, n'a cependant pas arrêté certaines créations artistiques. Sans parler de la fréquence des motifs à 7, 9 ou 11 branches dans les dentelles brodées des siècles précédents, il faut remarquer que le monde des brodeuses et des couturières en général utilise des procédés adaptés à la souplesse des matériaux qui pourraient bien avoir été inventés dans l'antiquité, puisqu'il s'agit d'une application du théorème de Thalès. Ainsi, si l'on veut découper précisément le périmètre du bord d'une robe, ou d'une phalère, en 11 parties égales par exemple, il suffit de tracer le segment AB de longueur équivalente au périmètre, puis de tracer le segment AC, légèrement divergent, sur lequel, à l'aide d'un compas ou d'une règle graduée, on reporte 11 segments égaux de longueur quelconque. Si l'on trace alors le segment BC et les dix autres parallèles à partir de chaque repère porté sur AC, on obtient sur le segment AB, alias le périmètre à partager, 11 segments rigoureusement égaux (Fig. 14). Que le segment AB soit en textile ou en fil d'un métal malléable, il semble alors aisé de le reporter en l'enroulant sur le pourtour de l'objet à partager en 11¹⁹.

La réalisation du cœur d'une des phalères de Cuperly (diamètre 6,9 cm), découpée en dix-huit motifs d'une honorable régularité,

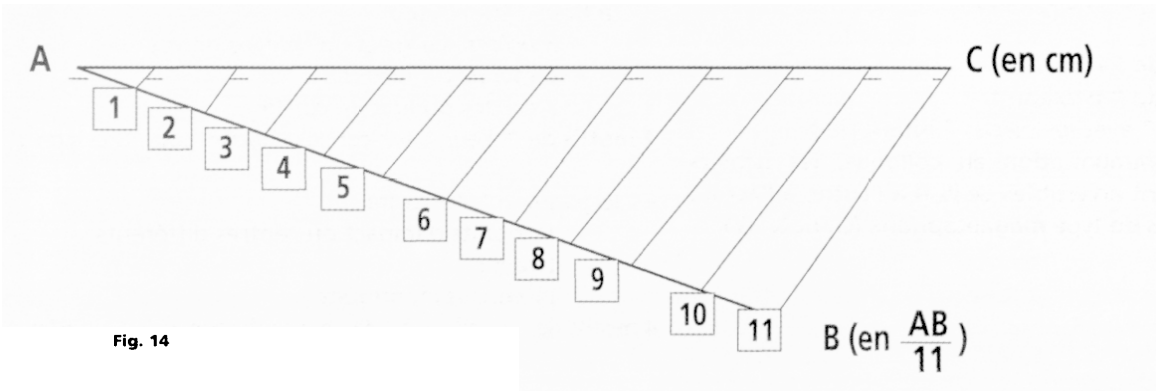


Fig. 14

mentionnée ci-dessus (Lenerz-De Wilde 1977, pl. 25, 2a), suggère l'utilisation d'un système de calage avec points de repère, avant découpe.

En conclusion, depuis le V^e s. av. J.-C., on savait construire des polygones réguliers pour n valant 3, 4, 5, 15²⁰ et on savait doubler le nombre de côtés jusqu'aux limites de lisibilité, en traçant au compas la bissectrice des angles au centre correspondants ; c'est ce qu'Euclide a rédigé dans les quatre premiers livres de ses *Éléments*²¹.

Conséquence archéologique : l'observation, dans un travail au compas, d'une construction géométriquement rigoureuse par rapport à celles qui sont obligatoirement le résultat d'un travail à main levée, permet, dès la première approche, de trier les réalisations en deux catégories. Il y a, d'une part, celles dont le support scientifique est affiché, que l'on peut donc chercher à décomposer de façon mathématique, à la fois pour tenter de mesurer le niveau de connaissance de l'artisan, ou de l'école, mais aussi, par le biais des répétitions, comme des absences, pour découvrir un éventuel code culturel. D'autre part, il y a les réalisations plus libres, qui se contentent d'imiter ces constructions et pour lesquelles on peut supposer que les préoccupations ou les compétences scientifiques sont peu importantes, voire inexistantes, au regard de la transmission de codes esthétiques, dont les contenus culturels sont également à découvrir, derrière ce que nous avons tendance à considérer comme des maladresses.

3 • Etudes de cas : phalères de Somme-Bionne et de Cuperly

3.1 PHALÈRE DE SOMME-BIONNE

3.1.1

Présentation des schémas de construction des décors

S'agissant d'un décor divisé en quatre, l'auteur (M. B.) n'a traité qu'un quadrant dans lequel il a distingué spontanément trois phases correspondant à trois éléments constitutifs, qu'il a désignés sous des termes imagés et techniques :

- construction de " la fleur "
- construction du " papillon "
- dessin global " avec les cercles " interstitiels.

Lors de la communication au colloque, les fichiers successifs étaient accessibles de l'un à l'autre, à l'écran, par des touches de type magnétophone (cf. note 17).

3.1.2

Commentaires sur la complexité des constructions géométriques sous-jacentes à des tracés d'apparence simple.

Si l'on se place sous l'angle des connaissances mathématiques nécessaires à la réalisation du schéma préparatoire de construction de la phalère, c'est l'étape 3, malgré son rôle visuel secondaire, qui représente, de loin, la plus grande difficulté conceptuelle²². Il s'agit, en effet de tracer un cercle passant par un point (les extrémités des " pétales de la fleur ") et tangent à deux cercles. C'est, d'ailleurs, sur ce point de la réalisation de l'un des quatre duos de cercles interstitiels, que le travail de découpe du bronze a été le plus visiblement raté. Mais l'origine de la déformation grossière du motif de l'étape 3 vient, en fait, d'une erreur de positionnement de " la fleur ", située à sa gauche, au cours de l'opération de division du cercle en quatre. On a vu (cf. ci-dessus, 2. 1. 2) que cette construction se rangeait, pourtant, parmi les opérations les plus simples !

Ensuite vient la réalisation de " la fleur " (étape 1). Dès la deuxième étape (cercle de diamètre AL), qui peut sembler, tout au plus, surprenante pour un néophyte, on se trouve (par hasard ?) face à une découverte majeure d'Hippocrate de Chio (milieu du V^e s. av. J.-C.). Dans la recherche de la valeur de π , qui passait par les calculs de correspondances entre les surfaces des carrés et des cercles (cf. note 12), il démontra que le croissant qui débordait au-delà du cercle de centre O, dénommé depuis " lunule d'Hippocrate ", correspond à la surface du triangle AOL. " La fleur " est donc curieusement faite de trois lunules d'Hippocrate qui se recoupent, mais, seule, la partie interne du cercle nécessaire à la réalisation de la lunule centrale a été conservée²³.

La construction du " papillon " (étape 2) correspond à la famille de découpage la plus facile à réaliser (cf. ci-dessus, 2.1.1), celle qui produit la rosace à six pétales. L'originalité tient au fait que ce sont les espaces interstitiels qui sont mis en valeur, et non les pétales !

Si l'on essaie, après une approche qualitative, de comptabiliser, à présent, le nombre de cercles nécessaires au schéma global pour poursuivre la mesure de la complexité, on aura recours au décompte du nombre de centres, du nombre de rayons différents pour obtenir le nombre total de cercles.

Selon notre schéma :

- " la fleur " nécessite :

- 5 points d'impact ou centres différents
- 6 rayons différents
- 7 cercles ou arcs de cercle

4 motifs de " fleur " à 7 cercles chacun, soit 28 cercles ;

- " le papillon " nécessite :

- 11 points d'impact ou centres différents
- 1 rayon
- 11 cercles identiques

4 motifs de " papillon " à 11 cercles chacun, soit 44 cercles ;

- un duo de cercles interstitiels nécessite :
 - 2 points d'impact ou centres différents
 - 1 rayon
 - 2 cercles identiques
- 4 duos de cercles interstitiels à 2 cercles chacun, soit 8 cercles ;

Le schéma de construction des motifs représente donc un total de 80 cercles auxquels il faut ajouter le grand cercle extérieur et 3 cercles pour le disque central, soit 84 cercles, au moins.

DISCUSSION :

Si l'on compare ce schéma avec celui de M. Lenerz-De Wilde (1977, p. 117, pl. 21, 2a, 2b, 2c) (Fig. 1), on constate une première différence, liée à la méthode d'explication : sept cercles concentriques, ayant pour centre, le centre de la phalère, sont donnés, a priori, avec leurs rayons exprimés en fraction du rayon externe de la phalère ($7r/8$, $3r/4$, etc.).

La construction proprement dite (celle dite de " la fleur ") commence avec le cercle 8 et se poursuit jusqu'au cercle 12. Elle ne fait pas appel au tracé de la " lunule d'Hippocrate " mais retombe sur le même résultat en traçant deux grands diamètres de la phalère, tangents à un cercle 11, qui n'aura plus d'autre rôle dans le décor. Sur les sept cercles initiaux, on constate que, d'après les explications données, trois (cercles 2, 3, 5) ne servent à rien dans la construction, mais passent par les intersections ou les points de tangence à d'autres cercles. A cause du cercle 11, ce schéma comprend donc 8 cercles.

La construction du " motif intérieur du cercle 10 " (celui dit " du papillon ") est tout à fait identique (11 cercles identiques), mis à part la dénomination " triangles à bords concaves ".

Enfin, la difficulté d'implantation des duos de cercles interstitiels (cf. ci-dessus 3. 1. 2, et note 22) est surmontée grâce à la remarque, vérifiée pour deux d'entre eux, que leurs centres sont localisés sur le cercle 6, donné initialement, dont le rayon est $r/4$. Il suffit alors de rechercher avec le compas, ouvert selon un rayon de $r/8$ (vérifié également pour les deux groupes réguliers), le point de tangence avec les cercles internes des " fleurs ".

En conclusion, notre schéma de construction correspond quantitativement à celui de M. Lenerz-De Wilde (80 cercles contre 84 pour les motifs, à cause du cercle 11). En revanche le cheminement intellectuel que nous proposons nous semble plus conforme à celui d'une construction géométrique à partir de la page blanche, alors que l'installation initiale de 7 cercles concentriques, dont certains vont permettre, certes, la création de points d'ancrage, nous semble correspondre à l'application d'une " recette ". Ceci supposerait une phase antérieure de conception, voire la connaissance de " cartons " appris par cœur, hypothèse pour laquelle nous n'avons évidemment aucune preuve.

Mais la phalère de Somme-Bionne ne comprend pas uniquement un schéma

nécessaire à la découpe des jours à l'aide de burins, ciselets et limes, le créateur de l'objet a voulu différencier les éléments structurants à base de cercles, des éléments de remplissage (motif du " papillon ", triangles à bords concaves) en soulignant toutes les courbes au moyen de lignes de pointillés, encadrés par des lignes tracées au compas. Celles du côté " jours " correspondent au tracé préparatoire de découpe et ont été, la plupart du temps, conservées par l'artisan pour garder la rigidité de la pièce. En revanche, celles du côté " pleins " sont le résultat d'un nouveau tracé spécifique au compas ; elles doublent (!) la quantité de cercles tracés au compas, soit 6 cercles supplémentaires pour une " fleur " et 4 cercles supplémentaires pour un duo de cercles interstitiels, en tout 40 nouveaux cercles ou arcs de cercle. Avec un total de plus de 120 cercles, dont on peut apprécier la fermeté et la régularité (deux dérapages bien visibles seulement), la phalère de Somme-Bionne illustre clairement une volonté de virtuosité dans le maniement du compas²⁴.

3.1.3

Commentaires sur les mesures obtenues par calcul et par mensuration des motifs de l'objet

Après avoir retrouvé les schémas vraisemblables des tracés préparatoires et décoratifs, la seconde tâche confiée au mathématicien consistait à démontrer par le calcul géométrique si, oui ou non, les proportions des différents rayons utilisés par rapport au rayon extérieur de la pièce, pris comme unité, présentaient des particularités remarquables. Dans un premier temps, les conclusions de M. Lenerz-De Wilde ne lui furent pas communiquées.

Les valeurs fractionnaires approchées, obtenues par mensuration des motifs de l'objet, correspondent remarquablement bien aux résultats exacts obtenus par le calcul. D'autre part, la présence récurrente de ϕ dans les étapes des calculs, comme de son inverse, dans un des rayons (cercle 5) a bien été confirmée. Bien plus encore, et contrairement à ce qui avait été dit (cf. 2.1.3), à propos de l'approximation tendancieuse qui consistait à associer $5/8$ à l'inverse de ϕ , la démonstration prouve que ce " cercle 5 " correspond exactement à l'inverse de ϕ , soit environ, 0,618. En revanche, comme il a été signalé plus haut, ce cercle ne joue aucun rôle ni dans la construction préparatoire, ni dans le décor permanent ; il est tellement peu important que lorsqu'on le reporte

sur la photo agrandie (Stead, Rigby 1999, jaquette), il ne souligne exactement que deux jonctions de " pétales " sur les quatre.

3.1.4

Commentaires sur les unités de mesure éventuelles²⁵

De même que pour " la corde à 12 nœuds " du théorème de Pythagore, pour laquelle la longueur des intervalles est indifférente, pourvu qu'elle soit égale, de même, on peut penser que, dans la réalisation d'un objet artistique, la question du respect d'un système de mesure est sans objet. Cependant, les schémas de construction rencontrés et le faible nombre de rayons différents employés (8), malgré la profusion des cercles, incitent à se poser la question du choix ou de l'absence de choix d'unités de longueur pour ces constructions.

Une des constantes relevées par M. Lenerz-De Wilde, à travers son corpus, est l'utilisation d'un système de division hexagésimal, correspondant aux seize dactyles ou *digiti* d'un pied antique. Cette observation à propos de la phalère de Somme-Bionne a bien été confirmée par le calcul mathématique.

Si l'on essaie à présent de trouver la valeur des subdivisions employées pour tracer les motifs importants, on se heurte tout de suite aux faibles dimensions utilisées, causes d'erreurs de mesure²⁶. Voici en mm ces rayons :

Cercle interstitiel :	4,1 mm
Jour intérieur de " la fleur " :	5,9 mm
Ligne décor intérieur de " la fleur " :	7 mm
Intérieur ressaut médian disque central :	7,25 mm
Extérieur ressaut médian disque central :	8,1 mm
Ligne décor extérieur de " la fleur " :	8,8 mm
Jour extérieur de " la fleur " :	10,1 mm
Extérieur disque central :	11,9 mm

On est d'abord surpris par l'échelonnement très serré de ces mesures, la valeur d'écart de 1,8 mm revient trois fois. Si l'on confronte ces mesures aux hypothèses courantes sur le pied gaulois de 30,9 cm, soit 19,3 mm pour un dactyle gaulois, ou sur le pied grec de 29,6 cm, soit un dactyle de 18,5 mm, on n'observe aucune correspondance claire entre aucun des systèmes.

Enfin, si l'on calcule le segment EO, dont on sait que, même s'il ne joue pas un rôle visuel dans le décor, il est à la base de l'essentiel de la construction, on trouve $R=14$ mm, ce qui, à nouveau, ne correspond pas à une unité facilement identifiable.

3.1.5

Commentaires sur les solutions matérielles de l'artisan pour réaliser le tracé théorique

Le bourrelet périphérique ($r=34,5$ mm) et le disque central ($r=11,9$ mm) ont été réalisés par coulée à la cire perdue, en même temps que le fond de la

plaque (Stead, Rigby 1999, p. 132, n°1369). Ensuite a commencé la mise en place des quatre " fleurs " parfaitement identiques, mais avec une erreur surprenante : elles n'ont pas été positionnées sur deux diamètres perpendiculaires ! Le tracé des paires de " lunules d'Hippocrate " a été poursuivi avec rigueur, ainsi que celui des duos de cercles interstitiels, jusqu'à l'espace anormalement restreint où ces derniers ont été ovalisés et où les deux " lunules ", discrètement amincies, ont convergé plus rapidement l'une vers l'autre. Le savoir-faire et la maîtrise se retrouvent dans la qualité du travail d'évidement des tracés (60 jours pour les espaces entre les " fleurs " et 44 jours pour les " fleurs "), avec une mention particulière pour les " papillons " ($r = 6 \text{ mm}$), où la forme des pétales des demi-rosaces constitutives a été respectée presque à la limite de la résistance du métal, au niveau des points de contact. Ceci peut être un argument pour suggérer que le concepteur du décor est aussi le réalisateur de la phalère.

Trois programmes visuels ont donc été clairement mis en place, grâce à un traitement différent :

- les jours qui laissent voir le support (cuir coloré ?) qui sert de fond²⁷ ;
- les surfaces lisses des triangles à bords concaves qui, bien qu'éparpillés au milieu des jours, recomposent, par leur direction calculée, des motifs (cornus ?) qui semblent en arrière-plan ;
- les surfaces gravées et piquetées qui forment, au premier plan, une guirlande continue de cercles (les " fleurs "), de lunules et de croissants opposés.

En conclusion, ce sont bien les motifs " des fleurs " avec leurs lunules qui constituent l'originalité mathématique de ce décor, puisque c'est la répétition, la plus semblable possible, de leur représentation qui a primé sur le reste²⁸.

3.1.6

Interprétation symbolique

On peut mesurer le chemin parcouru en rappelant une lecture de cette phalère, faite il y a près de cinquante ans, " combinaison de motifs curvilignes et stylisation de la swastika en croix de Malte déformée " (Varagnac 1956, p. 237, n°13). Ensuite, pour les spécialistes contemporains de l'art celte, ce sont des fleurs de lotus, transformées, qui se cachent derrière ces trois niveaux de lecture (Kruta 1985, p. 85 ; Megaw 1989 ; cf. note 28). Après avoir apprécié la priorité donnée à chaque élément par le créateur, grâce à l'analyse mathématique, il semble possible de faire évoluer cette interprétation en proposant d'y voir plutôt les thèmes d'un masque (divin ?) (alias notre " papillon ") surmonté par la " double feuille "²⁹ (alias " les lunules d'Hippocrate ") qui se termine de part et d'autre par des boules (de gui ? cf. note 29) (alias les " duos de cercles interstitiels "). La phalère de Somme-Bionne pourrait représen-

ter la phase géométrique, ancienne, du thème, souvent traité par la suite, du dieu masculin au couvre-chef étonnant (cf. par exemple, le visage explicité sur la pièce décorative, au-dessus de la paragnathide, du casque du Musée de Berlin dans Megaw 1989, p. 111).

3.2 PHALÈRE DE CUPERLY

3.2.1

Présentation des schémas de construction des décors

Le décor est disposé, à nouveau, par quadrant, mais il est beaucoup moins varié. L'auteur (M.B.), qui a travaillé à partir des dessins (Frey 1980, p. 84 ; Lenerz-De Wilde, pl. 10, 1a, 1b), a découpé le travail d'analyse mathématique (cf. note 17) en quatre étapes qu'il a individualisées en fonction de leur position sur le fond :

- mise en place des motifs
- construction du motif périphérique
- construction du motif central
- dessin complet.

3.2.2

Commentaires sur le degré de complexité des constructions géométriques³⁰

La première étape est mathématiquement simple, puisqu'il s'agit du découpage en quatre parties du fond de la plaque (cf. ci-dessus 2.1.2). La transformation des arcs de cercle sécants en segments de droite, donne un peu d'originalité au décor destiné à mettre en valeur les " motifs périphériques " et aboutit à la division du fond en huit quartiers.

En revanche, la construction du motif périphérique est plus délicate. Dans un premier temps, il apparaît clairement qu'il faut découper le cercle en 16 parties égales puisqu'il y a seize quasi demi-cercles le long du périmètre. Trouver le rayon de ces cercles est également facile. Mais l'étape suivante est plus inattendue puisqu'il faut utiliser ce rayon (la corde AE dans la démonstration) pour diviser diamétralement le motif en dix parties égales, ou encore, ce qui revient au même, cinq cercles concentriques dont les rayons sont deux, trois et quatre fois AE. Puis, en gardant soigneusement la corde AE comme rayon, il est alors possible de remplir de proche en proche le quadrant (distance = à nouveau, AE), avec un effet de tuilage qui est le seul moyen pour réserver un espace libre, au centre du motif, destiné à recevoir un rivet de fixation³¹.

Enfin le motif de résille ajourée, au centre de la phalère, représente un travail minutieux, mais monotone, d'une succession de larges cercles qui passent tangentielle-ment sur le bord du disque central, en le gardant toujours à l'intérieur³². Ce type de tracé appartient à la

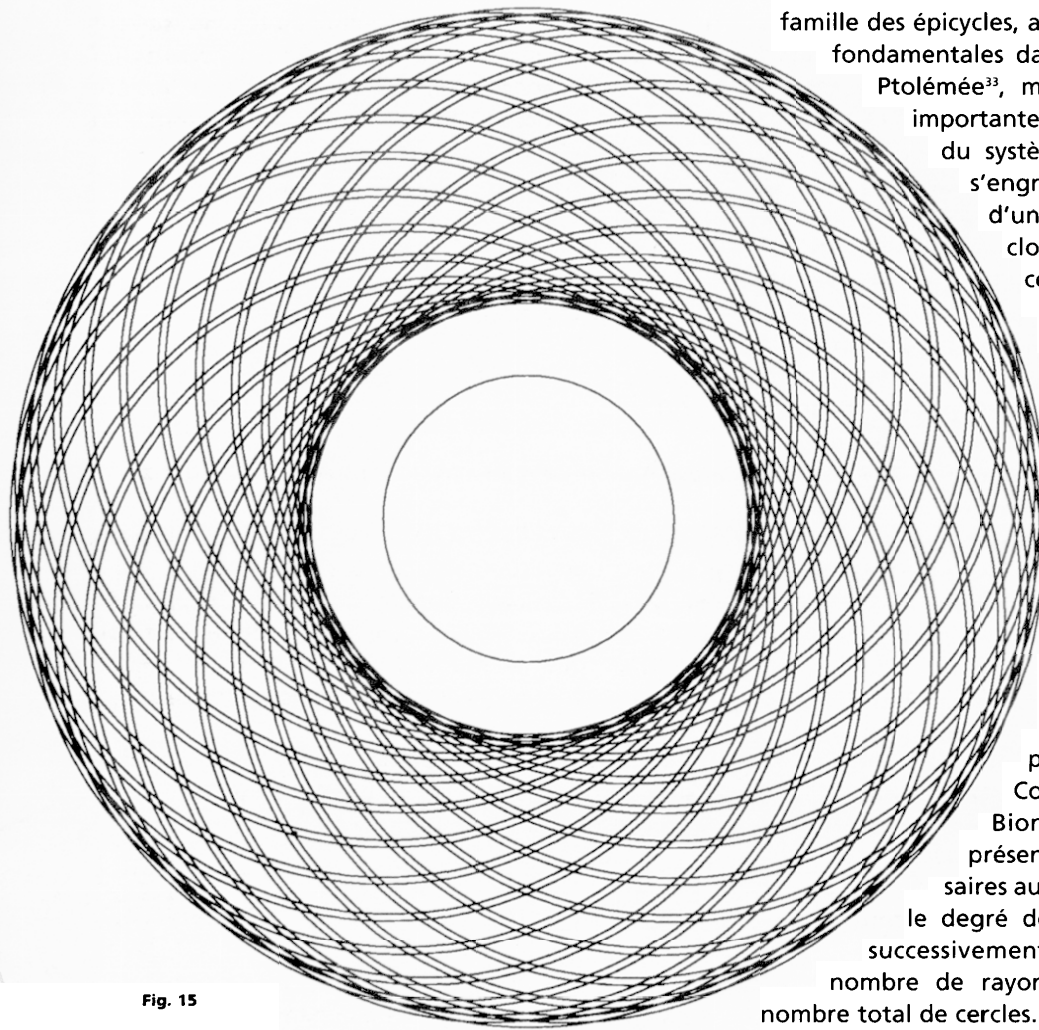


Fig. 15

famille des épicycles, aux applications astronomiques fondamentales dans le système des sphères de Ptolémée³³, mais a, aussi, des applications importantes en mécanique. A la différence du système classique, où les pignons s'engrènent de l'extérieur, il s'agit d'un engrenage de type hypocycloïdal, dans lequel le pignon central (ici le disque central) est placé à l'intérieur de l'autre engrenage (ici, les différents arcs de cercle de la résille, qui matérialisent les différentes étapes de sa rotation tout autour du pignon (disque) central). De ce réseau de tracés, qui aurait occupé toute la surface de la phalère (Fig. 15), le créateur a choisi de ne garder qu'une couronne d'une largeur légèrement inférieure au rayon des " motifs périphériques ".

Comme dans le cas de Somme-Bionne, si l'on comptabilise, à présent, le nombre de cercles nécessaires au schéma global, pour apprécier le degré de complexité, on décomptera successivement le nombre de centres, le nombre de rayons différents pour obtenir le nombre total de cercles.

Selon notre schéma :

- " la mise en place des motifs " nécessite :

9 centres différents

3 rayons différents ;

la mise en place des 4 motifs périphériques a nécessité :

11 cercles ;

- quant à la deuxième étape, on a constaté que dans un seul motif périphérique, pour le simple tracé des bissectrices, il faut :

2 fois 16 arcs de cercles, soit 32 coups de compas, identiques,

5 cercles concentriques sur lesquels sont disposés par quadrant 10 petits cercles, soit pour le motif complet 40 cercles semblables.

Si pour un seul motif périphérique, il faut tracer 32 arcs de cercle et 45 cercles pour seulement 5 rayons différents, pour les 4 motifs, cela représente :

128 arcs de cercle et 180 cercles.

Enfin, le décompte des arcs de cercles qui forment la résille nous a permis de déceler une erreur, qui est reproduite dans tous les schémas de construction mentionnés plus haut. Ce ne sont pas 24 arcs (construction élémentaire, cf. ci-dessus 2. 1. 1) mais 26 arcs qui forment ce réseau³⁴. Or nous avons vu que le découpage du cercle en 13, 26 parties égales, n'est pas réalisable à la règle et au compas (cf. ci-dessus 2. 2. et 2. 3).

Le schéma de construction de l'ensemble de la phalère se compose donc de 193 cercles, 154 arcs de cercles, en comptant les cercles extérieurs et les rainures concentriques qui bordent les lignes de " croissants ajourés ". Si l'on se place du point de vue du schéma de conception, on peut dire que ce tracé est plus complexe que celui de Somme-Bionne, à cause des quantités de coups de compas, et malgré l'économie du nombre de rayons différents (8 à 10) par rapport au nombre de cercles.

3.2.3

Calcul des dimensions et recherche d'unités de mesure

Sur le plan visuel, les rayons remarquables sont :

- celui du cercle plein central, souligné par un profond sillon, soit, respectivement, 14,7 et 13,5 mm ;
- celui de l'extérieur de la couronne de la résille, qui est le même que celui des quatre grands arcs de croissants ajourés qui servent de cadres aux motifs périphériques, soit 24,5 mm ;
- celui de la base des motifs périphériques, soit 21 mm ;
- celui des cercles externes de croissants ajourés, concentriques aux motifs périphériques, soit 13,5 mm ;
- celui de la ligne interne la plus extérieure de croissants ajourés, qui frôlent les quatre motifs périphériques ajourés, soit 45,5 mm ;
- enfin, celui du cercle extérieur, soit 55 mm.

Du point de vue de la construction, le cercle qui passe par les rivets de fixation et aussi par les intersections des arcs de croissants ajourés est important, 35 mm de rayon.

Bien que sa construction soit comprise, la résille présente une grande difficulté : en effet, les arcs sont courts et déformés ; lorsqu'ils arrivent vers le disque central, ils se rattachent aux sommets de petits arcs de forme ogivale. Il est donc délicat de retrouver les paires (cf. les arcs jaunes dans le dossier animation 4) et de construire le centre du cercle qui leur correspond. Nos différents essais nous permettent de proposer de prendre comme rythme un écartement de cinq dents ogivales entre deux arcs formant paire (cf. l'espace libre correspondant à la base du triangle isocèle dans l'animation). Quant au rayon commun de tous ces arcs, il nous semble que le plus cohérent avec l'objet est celui qu'on obtient en piquant le compas sur la bordure externe de la résille, pour venir passer tangentiellement vers le disque central, plus précisément, contre le profond sillon, gravé en retrait, soit 37,5 mm³⁵.

Si l'on présente en parallèle deux hypothèses plausibles, soit un pied celtique à 309 mm (Schubert 1993, p. 233) et un pied gréco-romain à 296 mm, avec, pour chacun, la possibilité d'être utilisé en base 16 et en base 12 (d'après Pfeiffer 1986, cité dans Schubert 1993, p. 233-234), on observe une meilleure corrélation avec un pied gréco-romain (cf. tableau ci-dessous, en gras, en base 16, correspondance avec 2 et 3 dactyles ; et (!) en base 12, correspondance avec 1 dactyle).

Rayons	13,5	14,7	21	24,5	35	37,5	45,5	55
309/16			19,3			38,6		57,9
309/12				25,75				51,5
296/16		18,5				37		55,5
296/12	12,3			24,6	36,96		49,3	

Pour chercher à tester l'intérêt de poursuivre dans cette direction³⁶, nous avons choisi un objet champenois, dans ce même corpus du V^e s. av. J.-C., dont le décor était uniquement

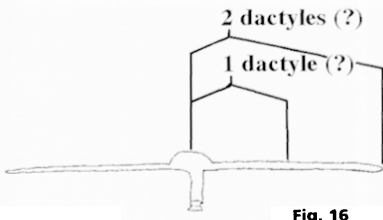
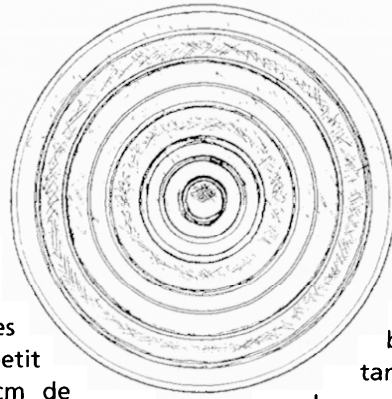


Fig. 16

composé de cercles concentriques, suggérant un report "routinier" des mesures usuelles. Il s'agit d'un petit disque en bronze coulé de 7,5 cm de diamètre (Fig. 16), provenant des fouilles de Fourcart à Ville-sur-Retourne (*Bulletin de la Société archéologique champenoise*, 1909, n°1, p. 24-26)³⁷. Le tableau ci-dessous ne reprend que l'hypothèse d'un pied gréco-romain de 296 mm, divisé en 16 dactyles (référence sur ligne du bas). Les deux lignes du haut représentent un essai de définition de subdivisions du disque de Ville-sur-Retourne, divisé lui-même en seizièmes, selon les remarques faites par M. Lenerz-De Wilde sur la fréquence de ces rapports. Enfin, entre les deux référentiels, sont portées les mesures des huit cercles tracés sur l'objet. Avant même de mesurer ces cercles, il apparaissait clairement que le cinquième en partant de la périphérie, rompait un rythme : or, c'est celui qui correspond précisément au calcul attendu du dactyle (18,75 mm). Le diamètre extérieur correspond à 2 dactyles. Correspondance étonnante ou coïncidence, les prévisions de subdivision en seizièmes, sont confirmées par deux fois, pour la fraction 5/16 et 14/16 (7/8) (cf. tableau ci-dessous).

Mais il faudrait un corpus de mesures vraiment représentatif pour aller plus loin dans ces hypothèses d'un dactyle type Ville-sur-Retourne, d'autant plus que, comme le suggère M. Feugère, les artisans ont adapté les unités de mesure à leurs besoins, en créant des subdivisions, comme le doigt et demi (Feugère 1999, p. 25).



3.2.4

Rapports préférentiels entre les rayons utilisés

Plusieurs erreurs semblent s'être répandues à partir du schéma de référence (Lenerz-De Wilde 1977, pl. 10, 1b) dans lequel la zone qui comporte les décors est exactement divisible en quatre couronnes d'égale épaisseur, tandis que la bordure externe lisse serait plus large que les couronnes précédentes³⁸ (Fig. 17). En réalité, il y a bien subdivision en quatre couronnes d'égale épaisseur (10,5 mm), mais c'est en mesurant la largeur de la bande lisse externe jusqu'à la base des motifs sphériques ajourés, les deux demi-diamètres des motifs sphériques (D = 210 mm), puis la largeur de la résille jusqu'au sillon gravé du disque central, qu'on l'observe. Le disque central, contrairement à ce qu'on voit dans les schémas publiés, ne correspond pas à ce rythme (d = 29,4 mm).

On comprend alors que les commentaires sur les rapports privilégiés sur cette phalère, notamment celui signalé comme étant l'inverse (approché) du nombre d'or, à savoir le rayon des grands cercles de croissants ajourés, semblent peu fondés³⁹.

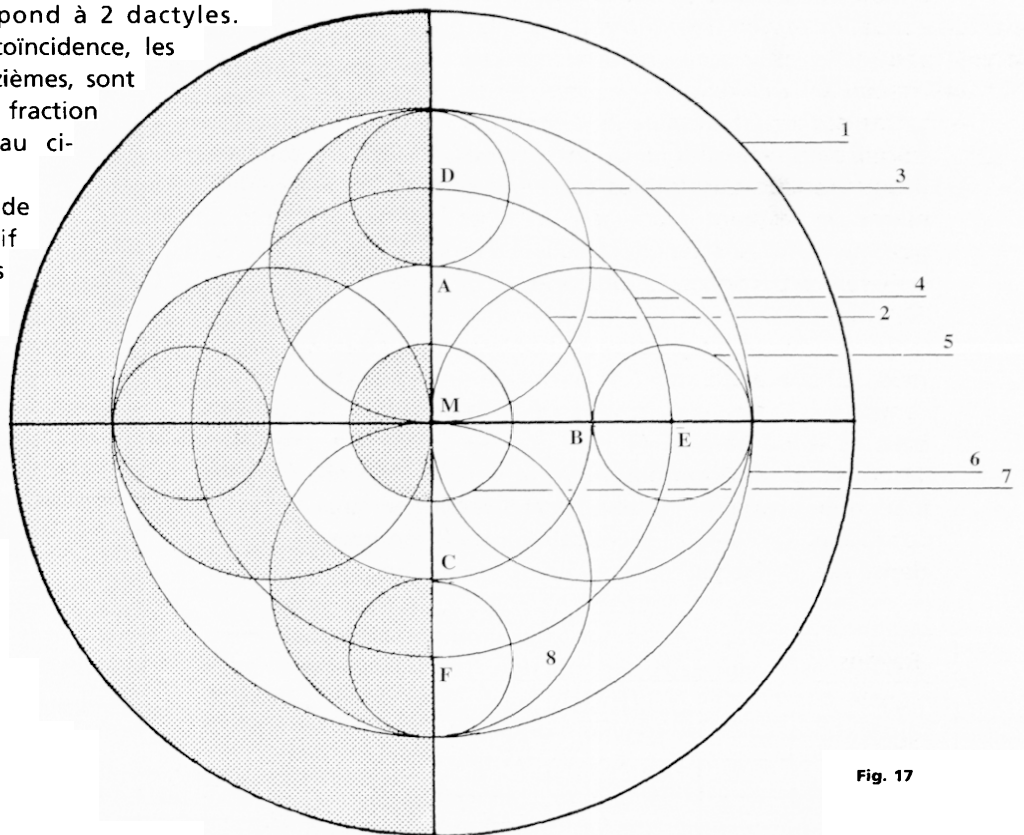


Fig. 17

37,5/16	1R/16	2R/16	3R/16	4R/16	5R/16	6R/16	7R/16	8R/16	9R/16	10R/16	11R/16	12R/16	13R/16	14R/16	15R/16	16R/16
calc	2,34	4,68	7,02	9,36	11,7	14,04	16,38	18,72	21,06	23,4	25,7	28,08	30,42	32,76	35,1	37,5
Vill Réel		4	8,25		11,75			18,75		22,25		27		32,5		37,5
296/16								18,5								37

3.2.5

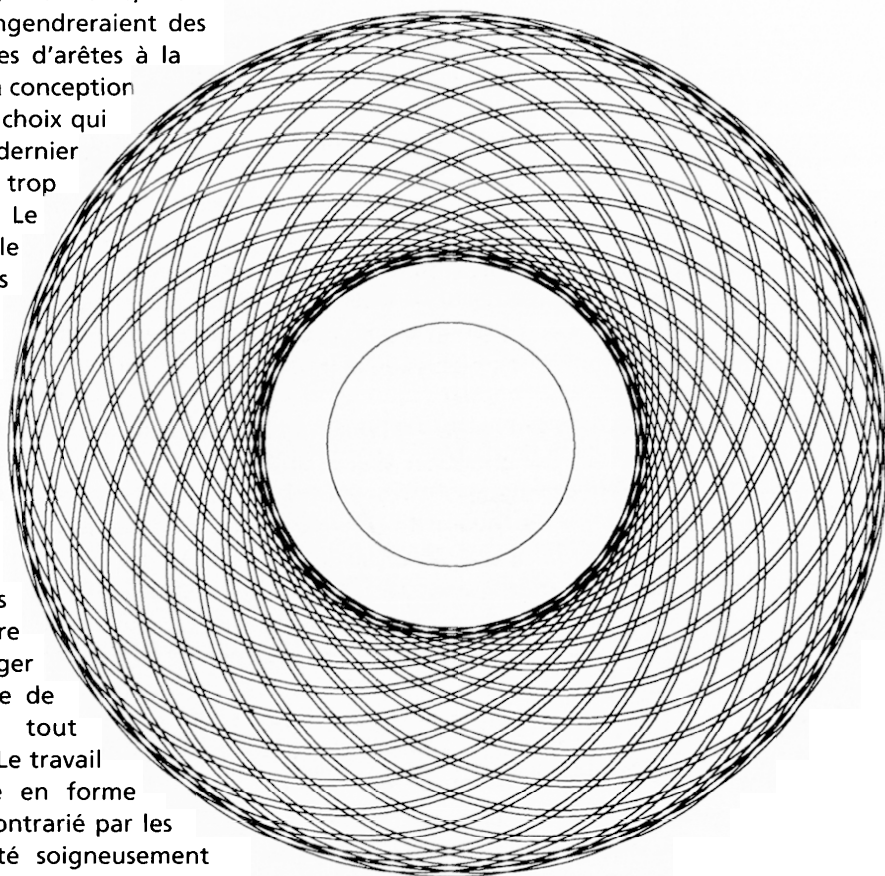
Commentaires sur les solutions matérielles de l'artisan pour réaliser le tracé théorique

Les difficultés techniques rencontrées étaient nettement plus grandes que dans le cas de Somme-Bionne. La première étape, c'est-à-dire la création de la plaque avec son bouton évasé, a été réalisée par coulée à la cire perdue (Verger 1994, p. 638), comme pour la phalère de Somme-Bionne. Cette technique présentait l'énorme avantage de permettre un réglage soigneux du tracé (zone visible, zone cachée), dès la fabrication de la cire⁴⁰. En effet, seule une réalisation par coulée peut conserver la cohérence d'un tel décor, visible encore par la netteté de certaines arêtes. On ne peut suivre S. Verger quand il envisage, "même avec une solide expérience", une découpe de chaque paire d'arcs au tour (*Ibid.*, p. 608). De même, il est facile d'imaginer le désordre visuel qu'engendreraient des découpes en tronçons avec des facettings d'arêtes à la lime, impossibles à aligner. La qualité de la conception du travail de fonderie se mesure aussi au choix qui a été fait de ne pas faire figurer le dernier tronçon du tracé tangentiel des courbes, trop touffu, même sur un dessin (cf. Fig. 15). Le disque central a été équipé d'un véritable engrenage constitué de petites arches ogivales, bien visibles sur le dessin, sur lesquelles les arcs des cercles viennent s'accrocher comme des crosses de hockey.

Quant au découpage des motifs périphériques, il a été clairement réalisé à main levée, mais, seulement après qu'on a exploré "au tableau noir" la stratégie à suivre pour conserver cette "rosace à quatre amandes dont les amandes sont ornées de quatre rangs de demi-cercles superposés" (Verger 1994, p. 608) ou cette "étoile entourée de demi-cercles soigneusement empilés tout autour" (Lernerz-De Wilde 1977, p. 115). Le travail de repoussage pour obtenir une mise en forme sphérique a dû être à la fois facilité et contrarié par les possibilités de déformation, qui ont été soigneusement contrôlées, comme le montre l'homogénéité des dimensions de ces motifs.

Une originalité qui n'apparaît, évidemment pas, dans les dessins des schémas de construction, tient vraisemblablement à la forme en V d'un des burins à découper ; deux coups opposés (<->) de ce type d'outil ont produit, à la base de tous les cercles inférieurs, de petits losanges. C'est certainement un outil similaire, mais tenu avec un angle différent, qui a engendré la forme en croissant, plus ou moins accentuée, des lignes de jours qui sillonnent la phalère, au point de la fragiliser fortement.

Comme dans le cas de Somme-Bionne, la volonté de réaliser un programme décoratif complexe jusqu'aux limites de la résistance mécanique de l'objet, nous incite à voir le même homme derrière le concepteur des motifs décoratifs et l'artisan orfèvre. Ce qui, en théorie, aurait pu ressembler à un



trompe-l'œil sur fond de voûte, s'ouvrant sur la profondeur de l'espace central, illustre surtout une innovation artistique, bien mise en lumière par S. Verger (Verger 1994, p. 609, 639) : ce sont les formes des surfaces évidées qui l'emportent dans la lecture, sur les minces ponts de bronze qui, eux, jouent le rôle du trait de contour dans un dessin. Si l'on ajoute les nombreux indices, relevés par S. Verger, de l'utilisation du trépan et du tour, il est clair que l'on a affaire à un créateur, installé dans son atelier champenois avec un équipement et un outillage parmi les plus performants de l'époque⁴¹.

3.2.6

Commentaires stylistiques et hypothèses sur le symbolisme des motifs

L'avis le plus sobre est celui de Déchelette, pour lequel " l'ornementation est plus riche " que celle de Somme-Bionne, avec des " zones circulaires, percées à jour, accompagnées de quatre gros boutons ou bossages, également évidées " (Déchelette 1927, p. 698). La discussion la plus récente est celle de S. Verger (1994, p. 637-642), qui propose de voir dans l'art des objets de Cuperly⁴², l'illustration d'une phase de changements caractérisée, d'une part, par l'apothéose de l'art du compas, virtuose mais austère, représenté par la phalère étudiée ici, et d'autre part, par l'enrichissement du répertoire végétal avec palmette élaborée à 9 pétales et l'apparition des premiers griffons du V^e s. av. J.-C. en Champagne (représentés dos à dos en forme de lyre resserrée sur la plaque ajourée), qui annonce, en quelque sorte, l'abandon progressif des constructions rigoureuses de cercles.

Mais, alors que les autres motifs ont des origines localisées (zone rhénane, monde étrusque, voire moyen-oriental pour les griffons), l'origine de l'inspiration des compositions à base de cercles reste vague.

Sans sous-estimer l'importance de la maîtrise des outils tournants, il est clair que cela ne suffit pas pour expliquer l'apparition, au V^e s. av. J.-C., des motifs à base de cercles dans une culture artistique champenoise inondée de motifs géométriques rectilinéaires.

Déchelette, soulignant le fait que les Celtes avaient un goût particulier pour les ornements ajourés (comme les phalères de

Somme-Bionne et de Ville-sur-Retourne), oriente nos hypothèses vers l'Italie méridionale en proposant d'y voir les imitations de prototypes connus dans la " nécropole osco-samnite " d'Aufidena (Déchelette 1927 p. 1030), y compris pour expliquer le triscèle apotropaique (*Ibid.*, p. 1025-1026). L'attirance des Celtes pour les cultures méditerranéennes (et réciproquement) dès les VI^e-V^e s. av. J.-C., a laissé des traces célèbres non seulement dans le domaine matériel⁴³, mais aussi dans le domaine des idées morales. Ainsi, à propos du triscèle précisément, Déchelette déclare, avec son habituelle prudence (Déchelette 1927, p. 1034-1035) que la fascination pour ce nombre trois⁴⁴, mais aussi pour toutes les autres " superstitions " liées aux nombres, est attribuable à l'influence de Pythagore sur les druides⁴⁵. La tradition de cette relation étroite entre druides et pythagorisme est souvent étayée par la référence à Diogène Laërce (III^e s. ap. J.-C.)⁴⁶, *De clarorum philosophorum vitis*, qui, citant Aristote (IV^e s. av. J.-C.), dit des Celtes qu'ils sont les inventeurs de la philosophie et que les druides valaient les Pythagoriciens et les gymnosophistes de l'Inde (De Vries 1963, p. 123). Cette communauté d'esprit philosophique n'est donc pas une légende puisqu'elle est même confirmée, de manière volontairement désagréable, par l'historien romain Valère Maxime (règne de Tibère), dans les *Memorabilia*, II, 6, 10 : " Je dirais qu'ils [les Gaulois] sont stupides, si précisément, ces porteurs de braies n'avaient pas eu des opinions que Pythagore, dans son manteau grec, a partagées " (De Vries 1963, p. 212).

Avec Pythagore, nous tenons une bonne piste pour expliquer l'importance des figures tracées au compas puisqu'il incarne non seulement le sage mais aussi (surtout ?) le mathématicien (Perrin 2000 ; Nadie et al. 1997). L'exposition consacrée aux Grecs d'Occident, en Italie, en 1996, a été l'occasion de faire le point sur le bouillonnement culturel qu'ont vécu les différentes colonies de la Grande-Grèce, au milieu duquel se détache la figure mythique de Pythagore (Sassi 1996). La légende et l'hagiographie lui prêtent un nom (et une naissance ?) sous l'influence d'Apollon, une enfance de surdoué avec un vieux maître, Thalès en personne, un parcours intellectuel et spirituel auprès des grands sages d'Égypte, de Mésopotamie et de Phénicie, la fondation d'une école, au milieu des hommes nouveaux qui avaient choisi l'exil comme lui, entre Crotone et Métaponte, le rejet

violent de ses concitoyens, irrités par ses exigences moralisatrices⁴⁷ et enfin une foule de disciples féconds aussi bien dans le domaine des sciences que des lettres et des arts⁴⁸.

Mais quelles peuvent être les manifestations matérielles des croyances pythagoriciennes, observables dans le domaine archéologique⁴⁹ ?

V. Kruta a proposé de voir dans le goût celtique du deuxième quart du IV^e s. av. J.-C. pour " les métamorphoses plastiques ", comme le fourreau de Filottrano, un signe d'influence des " doctrines orphiques et pythagoriciennes " (Kruta 1991, p. 587).

Mais pour le style austère des figures mathématiques et des jeux sur les nombres et la disposition des cercles, il fallait trouver un signe géométrique reconnu comme signe de ralliement des pythagoriciens. Ce symbole, la tétractys⁵⁰ a existé (Nadie et al. 1997, p. 44) sous la forme d'un triangle équilatéral portant quatre points sur chaque côté et un au centre (Fig. 18, à gauche). Sa lecture initiatique⁵¹ était la suivante (Vie de Pythagore, *Bibliothèque de Photius, codex 249, ibidem*) : " Et comme ils rapportaient toutes choses aux nombres en les tirant de la *Monade* et de la *Dyade*, ils proclamaient que tout est nombre et que le nombre complet est dix ; le nombre dix est un composé des quatre premiers nombres que nous

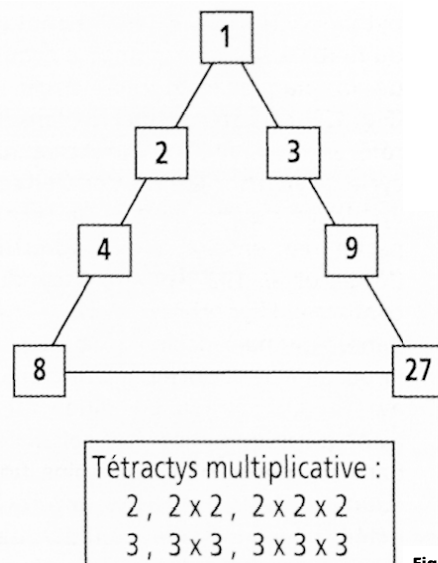
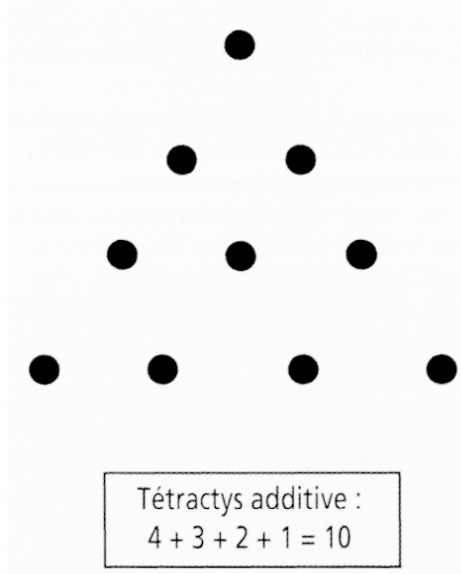


Fig. 18

comptons dans leur ordre ; c'est pourquoi ils appelaient tétractys le tout constitué par ce nombre ". La figure géométrique, décrite ci-dessus, présente en effet la caractéristique de pouvoir être lue et comptée de n'importe quel côté, sous sa forme additive, $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.

Or, les motifs périphériques de la phalère de Cuperly présentent, chacun quatre fois, la répétition de 4 puis 3, puis 2, puis 1 demi-cercle. De plus, le fait que ces motifs aient été placés sur une surface sphérique, plutôt que plane, pourrait être lié à une symbolique des volumes, propre aux pythagoriciens, voire à une autre symbolique antique de type sphère = soleil par opposition à croissant = lune.

La tétractys peut également être lue sous sa forme multiplicative (Fig. 18, à droite). Si l'on place au sommet du triangle le chiffre 1, au deuxième niveau, le chiffre 2 sur un côté et le chiffre 3 sur l'autre, on obtient au troisième niveau, par élévation au carré, d'un côté $2 \times 2 = 4$, de l'autre $3 \times 3 = 9$ et enfin au quatrième et dernier niveau, par élévation au cube, d'un côté $2 \times 2 \times 2 = 8$, de l'autre $3 \times 3 \times 3 = 27$; ces deux nombres, 8 et 27, constituent la base de cette figure appelée Lambda platonique ou *lambdoma*. Or, la mise en place du fond de la phalère a consisté à diviser le cercle en 4 pour installer les motifs périphériques, puis en 4 à nouveau pour remplacer les intersections des grands arcs de croissants ajourés par 4 segments de droite, soit 8 divisions au total (cf. ci-dessus 3. 2. 2). D'autre part, on a signalé la curieuse tentative du créateur de la phalère, qui a résisté à l'attraction du découpage en 24 parties, pour réaliser, dans un plan, une résille de 26 arcs. Or, de par leur construction, ces 26 cercles s'enroulent autour d'un même et unique cercle, celui du disque central, soit au total une figure comprenant 27 cercles. L'abondante littérature antique sur la symbolique des nombres⁵² nous incite à prendre au sérieux ces trois observations sur cet objet, pour le moment unique, qui a été le fruit d'une grande élaboration intellectuelle et manuelle.

Dans l'hypothèse où cet objet représenterait un signe d'appartenance de son propriétaire à la pensée pythagoricienne, il est intéressant de considérer le reste du mobilier de cette tombe à char. Le décor de griffons de la plaque festonnée, dessinant une " lyre " (?) (Fig. 19), pourrait suggérer, dans un tel contexte, une référence aux animaux protecteurs d'Apollon dans son cycle hyperboréen⁵³. L'assimilation entre l'oracle apollinien de Delphes avec la tétractys faisait, en effet, partie des enseignements fondamentaux des fidèles (Nadie et al. 1997, p. 44). Ces indices pourraient donc conforter l'hypothèse d'une référence affichée à la pensée pythagoricienne, de la part d'un personnage important de la société champenoise de la fin du V^e s. av. J.-C. On connaît par ailleurs le succès des thèmes iconographiques liés à Apollon, souvent masqué dans un décor plus ou moins figuratif (cygnes, dauphins, lyres et griffons affrontés) et même à Artémis, sa sœur, en Maîtresse des animaux par exemple, sur l'hydrie de Grächwil (Rolley 1992, p. 413).

Quant à savoir comment une telle influence pythagoricienne et apollinienne a pu être propagée, aussi loin de Crotona, le personnage d'origine gète⁵⁴, du nom de Zamolxis ou Zalmoxis (Daubigny à paraître, citant Saint Hippolyte, *Réfutation de toutes les hérésies*, I, 17-18 ; Perrin 2000), est souvent invoqué pour expliquer la diffusion par le Danube, à travers l'Europe celtique, des thèses de Pythagore, puisqu'il aurait été son esclave puis son disciple, avant de rentrer chez lui comme un roi-philosophe, législateur, quasi divinisé. Du point de vue archéologique, ce schéma explicatif est satisfaisant sur le plan chronologique, puisqu'on ne signale pas, sur du mobilier archéologique celtique

avant le V^e s. av. J.-C., de figures circulaires complexes, ni de traces de mystique des nombres, pouvant témoigner de ce refus caractéristique de représentation anthropomorphe des dieux. En revanche, si l'hypothèse de l'origine spécifiquement nordique (hyperboréenne) du dieu Apollon⁵⁵ semble moins convaincante à présent (cf. note 53, Séchan, p. 2209), notamment à cause de la dispersion des lieux de cultes archaïques, il serait néanmoins intéressant de poursuivre cette recherche des manifestations concrètes de la présence d'un dieu polymorphe du nom d'Apollon, qui pourrait avoir été, sur un vaste espace géographique, à l'origine de toute pensée philosophique⁵⁶.

Face à des figures géométriques complexes, après avoir rappelé à la fois les caractéristiques techniques des compas antiques et les bases mathématiques nécessaires, nous avons tenté d'améliorer la lecture de ces créations artistiques, caractéristiques du milieu champenois du V^e s. av. J.-C., en utilisant les capacités pédagogiques des techniques informatiques. Ce faisant, nous avons été amenés à confronter nos résultats avec ceux de nos collègues et à signaler quelques erreurs d'analyse, qui avaient donné lieu à des interprétations erronées, mais qui ne remettent pas en cause l'intérêt des recherches sur les dimensions (hypothèse d'un dactyle calculé sur un pied gréco-romain) et les proportions privilégiées. Enfin, après avoir essayé de reconstituer les va-et-vient entre les contraintes techniques et les exigences conceptuelles et artistiques, nous n'avons pas voulu renoncer à proposer quelques pistes d'interprétations de symboles de croyances métaphysiques, comme la tétractys, propres au pythagorisme et au culte apollinien, en rapport avec les nombreux témoignages littéraires antiques⁵⁷.

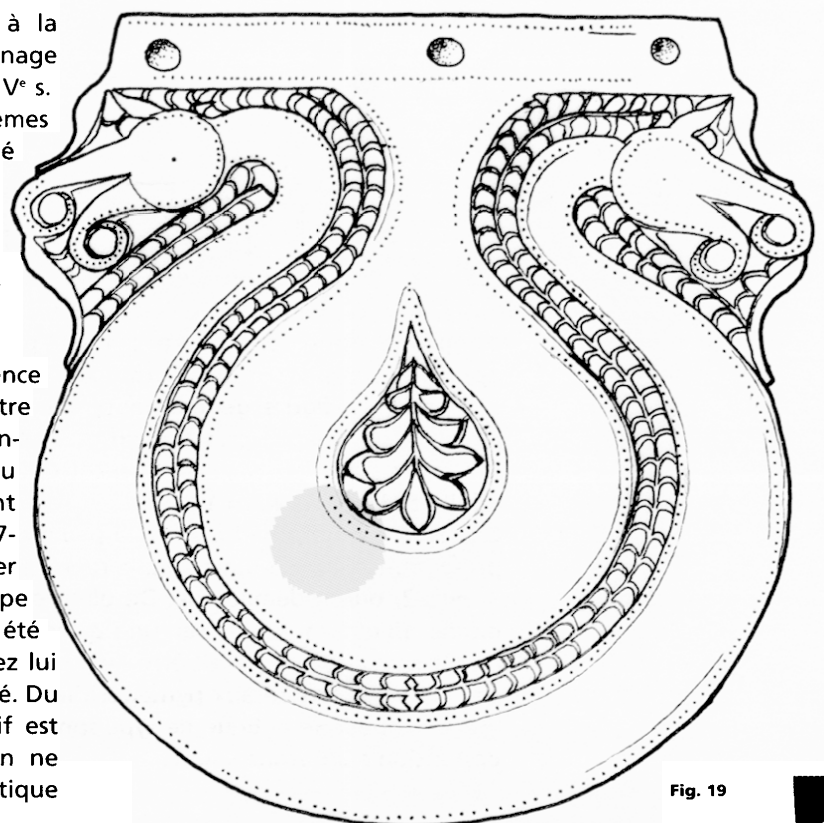


Fig. 19

Notes

1 - Fête de la Science autour du thème national " Mathématiques et sciences ", Musée de Bibracte, 22 octobre 2000.

2 - Motif rapproché par Verger (1994, p. 604) du travail de fils d'or sur une bague de Saint-Memmie.

3 - V. Kruta : Les grandes périodes de l'art celtique en Gaule, in Duval 1983, p. 19, et : L'emploi du compas lors de la conception et de la réalisation de la plaque de Maillart, in Leman-Delerive 1986, p. 49-53 ; article " compas " in Kruta 2000, p. 554-555.

4 - S. Verger, lui-même, a hésité dans sa rédaction, entre " compas " qu'il a conservé ici et là, et " outil à tracer les cercles ".

5 - Cf. Duval 1982, p. 3-23

6 - Voir la reprise de ce sujet par B. A. Greiner, Römische Dodekaeder, *Carnuntum Jahrbuch* 1995 (1996), p. 9-44, signalée dans *Instrumentum* n°9, 1999, p. 21, pour savoir quelles sont les nouvelles hypothèses scientifiques sur ce qui se cache dans les 93 dodécaèdres européens, pour un seul icosaèdre, semble-t-il.

7 - Cleyet-Michaud (M.) : *Le nombre d'or*, Paris, PUF (Que sais-je ? n°1530).

8 - " The sizes of the different circles suggest that the principles of the ratios of the radius used in Greek architecture were also being employed " (Collis 1984, p. 123).

9 - Agrandissement photographique x 4 sur la jaquette de l'ouvrage.

10 - Agrandissement photographique x 1,43, R.M.N., dans Kruta 1991, p. 197.

11 - Voir un développement identique sur la céramique, notamment champenoise, dans Corradini : La céramique peinte à décor curviligne rouge et noir en Champagne : approche technologique et chronologique, in : *La céramique peinte celtique dans son contexte européen*, actes du symposium international d'Hautvillers, 1987, Reims, 1991, p. 109-142 (Mémoires de la Société archéologique champenoise, 5).

12 - Archimède a utilisé un polygone à 96 côtés pour tenter de saisir la valeur de π !

13 - Voir, par exemple, les ouvrages du moine mathématicien de la Renaissance, Luca Pacioli, dont un, *De divina proportione*, illustré par Léonard de Vinci, a reçu comme dédicace " un vrai trésor caché ".

14 - Pour certains commentateurs, cette découverte pourrait remonter au V^e s. av. J.-C. et être attribuée à l'un des disciples de Pythagore ; elle aurait été à l'origine d'une grave crise, plus philosophique que mathématique, puisque le credo pythagoricien reposait sur l'explication du monde par l'harmonie des nombres entiers. *Mutatis mutandis*, certains savants contemporains ont bien pour objectif de mettre en équation l'Homme et la Nature...

15 - L'architecte Le Corbusier a même déposé, en 1945, le terme " modu-lor ", sorte de programme de calcul respectant la proportion dorée, au service des architectes chargés de la reconstruction de la France !

16 - Si des observateurs désignent le plus souvent le rectangle d'or comme le plus harmonieux (travaux de Fechner), plutôt que de chercher du côté de ϕ , il est assez intéressant de noter que ce rectangle reproduit sensiblement le champ de la vision humaine, que l'on peut schématiser par deux carrés se recouvrant de 30% en moyenne ; le rectangle ainsi obtenu présente un rapport petit côté/grand côté = $3/5$, soit 0,6, très proche de $1/\phi$.

17 - Le complément à cet article sera diffusé sur un support électronique.

18 - Cela implique de passer par le découpage du cercle en triangle

équilatéral (angles au centre de $360^\circ/3 = 120^\circ$) et en pentagone régulier convexe (angles au centre de $360^\circ/5 = 72^\circ$) ; les esprits curieux auront, bien sûr, deviné que l'angle au centre résultant de la soustraction des précédents ($120^\circ - 72^\circ = 48^\circ$) est le double de l'angle recherché, puisque, dans un cercle divisé en 15 arcs égaux, chacun correspond à un angle au centre de $360^\circ/15 = 24^\circ$! Il suffit donc de tracer la bissectrice, au compas, pour obtenir, sur le périmètre, la longueur d'arc recherché, qu'il faudra reporter encore quatorze fois sur le périmètre pour obtenir un pentadécagone régulier.

19 - Pour ceux qui seraient tentés de reporter sur la périphérie de l'objet la précieuse longueur obtenue, à savoir le onzième de AB, directement à l'aide d'un compas, il faut rappeler qu'ils reporteraient des cordes de cercle alors que l'on a besoin de longueur d'arcs et qu'ils seraient en train de s'attaquer à la fameuse quadrature du cercle (Carrega 1989 ; cf. note 12). Voir aussi : Denis Guedj : *Le Théorème du perroquet*, Paris, Le Seuil, 2000, et se reporter au travail de vulgarisation scientifique de Serge Mehl, *Petite chronique des Mathématiques*, hébergé sur le site Internet de l'IREM (Université de Marseille) à l'adresse <http://chronomath.irem.univ-mrs.fr>.

20 - Cf. note 19 ; ces connaissances sont rassemblées dans la proposition XVI du livre IV des *Éléments* d'Euclide.

21 - Il faut saluer également, au passage, le travail du jeune Gauss qui, à 19 ans, en 1796, démontra que le polygone régulier à 17 côtés (!) était constructible. Pas de trace, pour le moment, à notre connaissance, en art celtique, ce qui semblerait normal...

22 - Niveau CAPES de mathématiques, selon M. B.

23 - La somme des surfaces, en jaune dans l'animation, mériterait peut-être une analyse plus poussée...

24 - C'est ce que montre bien le décompte des points d'impact encore visibles, relevés par S. Verger (1994, p. 602-603) : 26 points d'impact pour le tracé préparatoire, plus 12 autres impacts pour le décor, sachant que plusieurs centres ont disparu après évidemment des motifs.

25 - Merci à F. Schubert pour ses nombreux renseignements sur les unités de mesure (pied égyptien/ grec/ gaulois/ romain ; système duodécimal ou hexagésimal, voire décimal) (cf. Deschler-Erb 1998, pl.23, p. 866-869 Feugère 1999, Gostenčnik 1998a et b, Schubert 1993 et 1994)

26 - L'agrandissement photographique (x4) de la jaquette de la publication de I. Stead et V. Rigby a rendu ce travail plus précis.

27 - Cf. Stead, Rigby 1999, pl. 185, face arrière de la phalère où l'on découvre une autre lecture qui fait alterner une sorte de masque avec une palmette futuriste !

28 - Megaw a donc raison de dire : " Bien que le travail ne soit pas mathématiquement précis, le motif a été originellement mis en place à l'aide du compas, [...] donnant naissance à des éléments de fleurs de lotus à partir de morceaux en forme de faucille (Megaw 1989, p. 62)

29 - Article " double feuille " dans Kruta 2000, p. 579.

30 - Les mesures ont été faites à partir de la documentation photographique (MAN, RMN) : cf. catalogue de l'exposition " The Gauls... " (Stead, Rigby 1981, pl. 25, n°235) ; catalogue de l'exposition " Les Celtes " (Kruta 1991, p. 197).

31 - Rivet sans tête, donc le plus invisible possible, détail notable, quand on sait à quel point, dans d'autres œuvres, les rivets seront prétexte à décoration.

32 - Il ne s'agit pas d'une " adaptation à la forme du support [qui] a contraint le décorateur à courber tous les traits " comme le dit S. Verger (Lambot, Verger 1995, p. 58) en comparant avec la résille des phalères de Semide, qui ressemble en effet beaucoup plus à une imitation de l'effet visuel de celle de Cuperly, sans connaître la construction géométrique ; la phalère n°33, dite de l'apprenti, illustre bien cette incompréhension !

33 - Cette théorie, qui aura cours jusqu'au XIV^e s., permettait d'expliquer les mouvements apparemment contradictoires des planètes et des étoiles.

34 - S. Verger a bien observé " la rosace à 26 pétales enchevêtrés " (Verger 1994, p. 609).

35 - On est surpris de lire (Megaw 1989, p. 62) : " La mise en place n'a demandé que l'utilisation de trois diamètres différents ", qui correspond plus à l'impression de discrétion des tracés au compas, par rapport à Somme-Bionne, qu'à la réalité.

36 - Cf. tableau récapitulatif exhaustif, en mm, dans Lambot, Verger 1995, p. 97 : la comparaison des mesures entre les deux phalères de Semide, faites pour constituer une paire, mais l'une réalisée par le maître de l'atelier, et l'autre, par son élève, n'est pas vraiment encourageante !

37 - Merci à A. Bataille-Melkon pour ses dessins et tous les renseignements ; l'objet numéroté 925.3.1 au Musée Saint Rémi, a malheureusement disparu depuis.

38 - Paradoxalement, le schéma dans Stead, Hugues 1997, n°33, 2, décrit comme " d'après Lenerz-De Wilde ", est le seul où les vraies proportions sont respectées, comme le confirment les schémas erronés de la planche suivante, n°34, 1 et 2.

39 - Lenerz-De Wilde 1977, p. 115, n°29.

40 - Comme pour la résille ajourée sur un couvercle de Cornalagarh (Monaghan), Irlande, d'époque pré-chrétienne, qui comprend 38 cercles sécants (!) (Duval 1977, fig. 241 p. 231)

41 - Pour S. Verger, il est possible d'attribuer au même maître d'atelier les parures de harnais (phalères notamment) de la tombe à char de Semide (Fig. 8) (Lambot, Verger 1995, p. 73).

42 - Malgré les doutes émis sur les conditions de la fouille, les trois disques à bélière, dont la phalère étudiée ici, et la plaque festonnée appartiennent à un groupe stylistiquement très homogène (Verger 1994, p. 607).

43 - Parmi les plus célèbres, rappelons le cratère de Vix, le chaudron de Hochdorf, et le rempart à bastions quadrangulaires de la Heuneburg. Cl. Rolley a proposé de situer les ateliers producteurs de ces grands vases de bronze vers la ville de Sybaris, dans le golfe de Tarente (Rolley 1992).

44 - Il cite Aristote, *Traité du ciel*, I, i, 2, commentant la suprématie du nombre trois dans l'explication de l'univers par les Pythagoriciens.

45 - Déchelette mentionne les auteurs anciens suivants : Ammien, d'après Timagène ?, *Hist. rom.* XV, 9, 8. et Hippolyte, *Philosophumena*, I, 22.

46 - Tous les commentateurs soulignent que cet auteur a eu la chance d'avoir accès à une foule de documents authentiques, aujourd'hui disparus.

47 - Pour imaginer le contexte social et moral, il faut rappeler que, tout comme Aristophane se moquait de Socrate dans sa comédie *Les Nuées*, des poètes comiques de Grande-Grèce, Alexis (vers 350 av. J.-C.) et Cratin se moquaient des Pythagoriciens (Sassi 1996, p. 522) ; voir également la rivalité avec la ville voisine de Crotona, qui s'appelait Sybaris, et qui représentait le comble de la trilogie : calme (malgré les bronziers), luxe et volupté !

48 - Longtemps classés chronologiquement comme pré-socratiques ; les philosophes actuels semblent même prêts à estomper de plus en plus cette distinction pour voir dans la pensée socratique et platonicienne une influence des Pythagoriciens.

49 - Merci à S. Verger pour m'avoir fait découvrir, lors de la visite du musée municipal de Marseille, en 1990, le symbolisme du mobilier de la tombe d'un adepte de l'orphisme qui contenait notamment un œuf en

matière précieuse, symbole fondamental de la rédemption dans la cosmogonie orphique.

50 - Dans une traduction de Plutarque, *De Iside*, 75, M. Meunier traduit par " Le Quaternaire ", qui explicite l'étymologie, mais ne facilite pas la manipulation, comme si un joueur prétendait gagner le tertiaire dans l'ordre, voire la trinité... Nous garderons le mot tétractys.

51 - Les pythagoriciens prêtaient le serment suivant : " Par Lui qui nous a donné la Tétractys, qui contient le fondement et la racine de la Nature éternelle " (Sextus Empiricus, *Adv.Math.*, VII, 94-95, 160-210 ap. J.-C.).

52 - Sur ce sujet, où les exégèses sont nombreuses, il est nécessaire de retourner aux textes, (ce que nous n'avons pas fait), comme Théon de Smyrne II, 38 et II, 51, pour la progression géométrique 1 2 4 8 et 1 3 9 27, Platon, *Timée*, 31 B-32 C.

53 - Cf. notice mythologique sur Apollon de L. Séchan dans le Dictionnaire grec-français de Bailly, 26^e édition revue par Séchan et Chantraine, Paris, 1963, p. 2205-2209.

54 - Peuple indo-européen entre bas-Danube et Balkans, à l'est des Sigynnes, cf. M. Szabó, *Les Celtes de l'Est*, Paris, Errance, 1992, p. 9-13.

55 - Parmi les arguments : Hérodote placerait Zamolxis avant Pythagore, ce qui inverserait le sens des influences réciproques ; et une des épithètes d'Apollon, " Loksias ", " l'oblique ", interprété comme " l'ambigu " dans ses oracles, est rapprochée, de façon très plausible du gaulois " loxso-" (cf. X. Delamarre, *Dictionnaire de la langue gauloise*, Paris, Errance, 2001, p. 176) signifiant le boiteux et désigne clairement l'hyperboréenne qui élèvera le jeune Apollon.

56 - C'est ce que sembleraient suggérer les travaux de G. Colli, dont nous n'avons consulté que les comptes rendus, qui propose dans son ouvrage sur " La sagesse grecque " (volume I : Dionysos, Apollon, Eleusis, Orphée, Musée, Hyperboréens, Enigmes. L'éclat, 1990), de remettre au premier plan des préoccupations spirituelles de la période archaïque, l'intuition délirante et les pratiques divinatoires, dont on sait qu'elles ont toujours été reconnues comme fondamentales chez les Hyperboréens, et chez les druides en particulier : " Par leurs prédictions faites à l'aide des calculs pythagoriciens et par leurs pratiques magiques, les druides ont acquis sur les Celtes une très grande influence " (Saint Hippolyte, *Refut. Omn. Heres.* I, 17-18 et Cicéron, *De divinatione*, I, 41).

57 - Tous nos remerciements à A. Daubigny pour nous avoir communiqué une abondante bibliographie sur le sujet (Daubigny à paraître).

Illustrations

Fig. 1 - Schéma d'interprétation de la phalère (disque) de " L'Homme Mort " à Somme-Bionne (Marne) (fin V^e s. av. J.-C.) d'après Lenerz-De Wilde 1977, pl. 21, 2b.

Fig. 2 - Schéma d'interprétation de la plaque festonnée émaillée de Paillart (Oise) (I^{er} s. av. J.-C./ I^{er} s. ap. J.-C.) d'après Leman-Delérie 1986, p. 50, fig. 15.

Fig. 3 - Plaque festonnée de la tombe à char de " L'Homme Mort " à Somme-Bionne (Marne) (fin du V^e s. av. J.-C.) d'après Stead, Rigby 1999, pl. 185, n°1366.

Fig. 4 - Schéma d'interprétation de la fig. 3 d'après Lenerz-De Wilde 1977, pl. 20, 1c).

Fig. 5 - Compas de Staré Hradisko (Moravie, Rép. tchèque), d'après Kruta 2001, p. 241, fig. 20/1.

Fig. 6 - Compas du tumulus de Celles (Cantal) d'après Déchelette 1927, p. 557 et 880, fig. 608.

Fig. 7 - Compas des collections de la Mississippian State University, provenant de Pompei (a-c), et du RGZ de Mayence (d), d'après Gostenčnik 1998b, p. 12, fig. 3 n°1-4.

Fig. 8 - Carte des communes champenoises ayant livré des phalères, modifiée d'après Stead, Rigby 1999, fig. 196.

Fig. 9 - Dessin de la phalère (disque) de Somme-Bionne d'après Stead, Rigby 1999, pl. 185.

Fig. 10 - Dessin de la phalère (disque) de Cuperly (J.-L. F.) d'après fotogr. MAN dans Stead, Rigby 1981, pl. 25, n°235 et fotogr. RMN dans Kruta 1991, p. 197.

Fig. 11 - Division du cercle en 6.

Fig. 12 - Division du cercle en 8.

Fig. 13 - Construction du rectangle d'or.

Fig. 14 - Application du théorème de Thalès au partage (ici, en 11 parties) d'un périmètre non divisible au compas.

Fig. 15 - Tracé complet de la résille de type hypocycloïdal (à 24 cercles seulement) du motif central de la phalère (disque) de Cuperly.

Fig. 16 - Dessin d'une phalère (disque) à moulures concentriques de Ville-sur-Retourne, suggérant l'utilisation d'un dactyle de 18,75mm (Δ .total = 75mm), d'après dessin A. Bataille-Melkon, Musée Saint-Rémi, inv. 925.3.1. (disparu).

Fig. 17 - Schéma d'interprétation de la phalère (disque) de Cuperly, d'après Lenerz-De Wilde 1977, pl. 10, 1b.

Fig. 18 - Schémas représentant la tétractys pythagoricienne d'après Nadie et al. 1997, p. 44.

Fig. 19 - Dessin de la plaque festonnée de Cuperly (J.-L. F.) d'après photo.I.Kitlischka-Stempel dans Megaw 1989, p. 60.

Bibliographie

Božič 2001 : BOŽIČ (D.) — Doppelskalpell oder Zirkel ? *Bulletin Instrumentum*, 13, 2001, p. 18.

Carrega 1989 : CARREGA (J.-C.) — *Théorie des corps, la règle et le compas*, Paris, Hermann, 1989.

Collis 1984 : COLLIS (J.) — *The European Iron Age*, Batsford, 1984.

Daubigny à paraître : DAUBIGNEY (A.) — Mutilations, sacrifices, guerre et territorialité celtiques, in XXIII^e colloque international pour l'Etude de l'Age du Fer, Nantes, 13-16 mai 1999, 89 p. (Revue archéologique de l'Ouest. Supplément).

Déchelette 1927 : DECHELETTE (J.) — *Manuel d'archéologie, T. IV, Second âge du Fer ou Époque de La Tène*, 2^e éd., Paris, Picard, 1927.

Deschler-Erb 1998 : DESCHLER-ERB (S.) — *Römische Beinartefakte aus Augusta Raurica*, Augst, 1998.

De Vries 1963 : DE VRIES (J.) — *La religion des Celtes*, Paris, Payot, 1963.

Duval 1983 : DUVAL (A.) — *L'Art celtique en Gaule* : exposition, Paris, éd. D.M.F., 1983.

Duval 1977 : DUVAL (P.-M.) — *Les Celtes*, Paris, Gallimard, 1977.

Duval 1982 : DUVAL (P.-M.) — Comment analyser, reproduire et expliquer les formes d'art celtique, in : *L'art celtique de la période d'expansion*, Paris, Droz, 1982.

Duval 1989 : DUVAL (P.-M.) — *Travaux sur la Gaule (1946-1986)*, Rome, 1989 (Collection de l'École française de Rome, 116).

Feugère 1999 : FEUGÈRE (M.) — Marque ou décor ? A propos d'un objet en os de Javols (Lozère), *Bulletin Instrumentum*, n°10, déc.1999, p. 25.

Frey 1980 : FREY (O.-H.) — Die Keltische Kunst, in : *Die Kelten in Mitteleuropa*, Salzburg 1980, p. 76-92.

Gomez de Soto 1995 : GOMEZ DE SOTO (J.) — *Le Bronze moyen en Occident : La culture des Duffaits et la civilisation des Tumulus*, Paris, Picard, 1995.

Gostenčnik 1998a : GOSTENČNIK (K.) — Römische Fußmaßstäbe vom Magdalensberg, *Carinthia*, I, 1998, 188, p. 87-107.

Gostenčnik 1998b : GOSTENČNIK (K.) — Maßstabskalen oder Dekor ?, *Bulletin Instrumentum*, n°8, déc.1998, p. 11-12.

Kruta 1985 : KRUTA (V.) — *Les Celtes en Occident*, Paris, Atlas, 1985.

Kruta 1991 : KRUTA (V.) — Les Celtes de la première expansion historique, in : *Les Celtes*, exposition, Venise, Palazzo Grassi, Milan, Bompiani, 1991, p. 195-213.

Kruta 1996 : KRUTA (V.) — Monde grec et monde celtique : rencontre de deux cultures, in : *Grecs en Occident*, exposition, Venise, Palazzo Grassi, Milan, Bompiani, 1996, p. 585-590.

Kruta 2000 : KRUTA (V.) — *Les Celtes, Histoire et dictionnaire*, Paris, Laffont, 2000.

Kruta 2001 : KRUTA (V.) — *Aux racines de l'Europe : le monde des Celtes*, Paris, éd. Kronos, 2001.

Lambot, Verger 1995 : LAMBOT (B.), VERGER (S.) — *Une tombe à char de La Tène ancienne à Semide (Ardennes)*, Reims, 1995 (Mémoires de la Société archéologique champenoise, 10).

Leman-Deliverie 1986 : LEMAN-DELERIVE (G.) — Une plaque émaillée découverte à Paillart (Oise), *Gallia*, 44, 1986, p. 29-53.

Lenerz-De Wilde 1977 : LENERZ-DE WILDE (M.) — *Zirkelornamentik in der Kunst der Latènezeit*, München, Beck, 1977 (Münchner Beiträge zur Vor- und Frühgeschichte, 25).

Megaw 1989 : MEGAW (R.), MEGAW (V.) — *Celtic Art, From the beginnings to the Book of Kells*, London, Thames and Hudson, 1989.

Nadie et al. 1997 : NADIE (J.), SCARDANELLI, CLAPAT, BLONDEL (N.), PERILLAL (J.) — *La légende de Pythagore. La pensée pythagoricienne et la doctrine de la métempsychose*, Balma, 1997 (Dossier Athena n°58-59).

Neveux 1995 : NEVEUX (M.) — *Le nombre d'or, radiographie d'un mythe*, Paris, Le Seuil, 1995 (Points Sciences).

Perrin 2000 : PERRIN (F.) — Pythagorisme et druidisme, in : *Les druides*, Paris, 2000, p. 10-11 (L'Archéologue. Hors-série, 2).

Pfeiffer 1986 : PFEIFFER (E.) — *Die alten Längen- und Flächenmaße. Der Ursprung, geometrische Darstellungen und arithmetische Werte*, St Katharinen, 1986 (Sachüberlieferung und Geschichte, 2).

Rapin 2000 : RAPIN (A.) — Image et langage, in : *Les druides*, Paris, 2000, p. 16-20 (L'Archéologue. Hors-série, 2).

Rolley 1992 : ROLLEY (C.) — Le rôle de la voie rhodanienne dans les relations de la Gaule et de la Méditerranée, VII^e-V^e s. av. J.-C., in : *Marseille grecque et la Gaule*, Lattes, ADAM, 1992, p. 411-418 (Etudes massaliètes, 3).

Sassi 1996 : SASSI (M. M.) — La philosophie dans le monde grec d'Occident, in : *Grecs en Occident*, exposition, Venise, Palazzo Grassi, Milan, Bompiani, 1996, p. 515-522.

Schubert 1993 : SCHUBERT (F.), SCHUBERT (M.) — Metrological research into the foot measurement found in the celtic oppidum of Manching, *Complutum*, 4, 1993, p. 227-236.

Schubert 1994 : SCHUBERT (F.) — Zur Maß und Entwurfslehre keltischer Holzbauten im Oppidum von Manching, *Germania*, 72, 1994, p. 133-192.

Stead, Hughes 1997 : STEAD (I. M.), HUGHES (K.) — *Early celtic designs*, British Museum press, 1997 (British Museum pattern books).

Stead, Rigby 1981 : STEAD (I. M.), RIGBY (V.) — *The Gauls, celtic antiquities from France* : exposition, British Museum, London, 1981.

Stead, Rigby 1999 : STEAD (I. M.), RIGBY (V.) — *The Morel collection, Iron Age antiquities from Champagne in the British Museum*, British Museum press, 1999.

Varagnac 1956 : VARAGNAC (A.) — *L'art gaulois*, Paris, Zodiaque, 1956.

Verger 1987 : VERGER (S.) — La genèse celtique des rinceaux à triscèles, *Jahrbuch des Römisch-Germanischen Zentralmuseums*, 34, 1987, p. 287-339.

Verger 1994 : VERGER (S.) — *Les tombes à char de La Tène ancienne en Champagne et les rites funéraires aristocratiques en Gaule de l'Est au V^e siècle avant J.-C.*, thèse de doctorat dactylographiée, Dijon, 1994, 3 vol., 709 p., 269 pl.