Banque d'exercices

Biomécanique

Licence 2 STAPS

Centre de masse · Vitesse · Quantité de mouvement · Impulsion

Cinématique angulaire

Énoncés et corrections

16 octobre 2026

Table des matières

1 Modèle anthropométrique et centre de masse **2**

Exercice 1 : Modèle simplifié à 2 segments . . . 2

Exercice 2 : Corps humain debout . . . 2

Exercice 3 : Phase d'impulsion d'un saut vertical . . . 4

2 Vitesse du centre de masse **6**

Exercice 4 : Calcul de la vitesse du centre de masse . . . 6

Exercice 5 : Analyse complète d'un saut vertical . . . 6

Exercice 6 : Optimisation de la performance . . . 8

3 Quantité de mouvement et impulsion **10**

Exercice 7 : Calcul de la quantité de mouvement . . . 10

Exercice 8 : Collision au rugby . . . 11

Exercice 9 : Impulsion et saut . . . 12

4 Exercice récapitulatif **14**

Exercice 10 : Analyse complète d'un départ de sprint . . . 14

5 Cinématique angulaire **18**

Exercice 11 : Calcul d'angles articulaires à partir des coordonnées . . . 18

Exercice 12 : Amplitude articulaire (ROM) lors d'un squat . . . 20

Exercice 13 : Vitesse angulaire du genou lors d'une frappe de balle . . . 21

Exercice 14 : Accélération angulaire du coude lors d'un tir au handball . . . 23

6 Exercices récapitulatifs **25**

Exercice 15 : Récapitulatif angulaire – saut avec contre-mouvement . . . 25

Exercice 16 : Grand récapitulatif – l'attaque au volley-ball . . . 27

7 Formulaire – formules à connaître **31**

1 Modèle anthropométrique et centre de masse

Exercice 1 : Modèle simplifié à 2 segments

Données

Segment 1 – Tronc

- Masse : $m_1 = 40\,\text{kg}$
- Position du centre de masse : $\overrightarrow{OS_1} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.2 \end{pmatrix}$ m

Segment 2 – Jambes

- Masse : $m_2 = 20\,\text{kg}$
- Position du centre de masse : $\overrightarrow{OS_2} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{pmatrix}$ m

Questions

Calculer la position du centre de masse du système complet.

Correction

$$CM_x = \frac{m_1 \cdot OS_{1x} + m_2 \cdot OS_{2x}}{m_1 + m_2} = \frac{40 \cdot 0.5 + 20 \cdot 0.5}{40 + 20} = \frac{30}{60} = 0.5\,\text{m}$$

$$CM_y = \frac{m_1 \cdot OS_{1y} + m_2 \cdot OS_{2y}}{m_1 + m_2} = \frac{40 \cdot 1.2 + 20 \cdot 0.6}{40 + 20} = \frac{54}{60} = 0.9\,\text{m}$$

Le centre de masse du système complet est donc situé en

$$\overrightarrow{OCM} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.9 \end{pmatrix} \text{ m.}$$

Exercice 2 : Corps humain debout

Données

Athlète de 70 kg, debout, bras le long du corps.

Table 1 – Caractéristiques des segments corporels

Segment	Masse (kg)	Position x (m)	Position y (m)
Tête-tronc	35.00	0.50	1.30
Cuisse droite	7.00	0.48	0.85
Jambe droite	3.15	0.47	0.40
Pied droit	1.05	0.52	0.05
Cuisse gauche	7.00	0.52	0.85
Jambe gauche	3.15	0.53	0.40
Pied gauche	1.05	0.48	0.05
Bras (intégrés au tronc)	12.60	0.50	1.30

Questions

1. Calculer CM_x.
2. Calculer CM_y.

Correction

1. Calcul de CM_x

$$\begin{aligned} CM_x &= \frac{1}{70}(35 \cdot 0.50 + 7 \cdot 0.48 + 3.15 \cdot 0.47 + 1.05 \cdot 0.52 \\ &\quad + 7 \cdot 0.52 + 3.15 \cdot 0.53 + 1.05 \cdot 0.48 + 12.60 \cdot 0.50) \\ &= \frac{17.5 + 3.36 + 1.4805 + 0.546 + 3.64 + 1.6695 + 0.504 + 6.3}{70} \\ &= \frac{35.0}{70} = 0.50\,\text{m} \end{aligned}$$

2. Calcul de CM_y

$$\begin{aligned} CM_y &= \frac{1}{70}(35 \cdot 1.30 + 7 \cdot 0.85 + 3.15 \cdot 0.40 + 1.05 \cdot 0.05 \\ &\quad + 7 \cdot 0.85 + 3.15 \cdot 0.40 + 1.05 \cdot 0.05 + 12.60 \cdot 1.30) \\ &= \frac{45.5 + 5.95 + 1.26 + 0.0525 + 5.95 + 1.26 + 0.0525 + 16.38}{70} \\ &= \frac{76.405}{70} \approx 1.09\,\text{m} \end{aligned}$$

Conclusion : le centre de masse est centré latéralement ($CM_x = 0.50$ m) et se situe à peu près à la hauteur du bassin en position anatomique de référence.

Exercice 3 : Phase d'impulsion d'un saut vertical

Données

Athlète de 70 kg, analysé à 3 instants clés.

Table 2 – Positions (x, y) des centres de masse segmentaires (en m)

Instant	Phase	Tête-tronc	Cuisses	Jambes	Pieds
$t_1 = 0.0$ s	Flexion max	(0.45, 1.10)	(0.42, 0.70)	(0.40, 0.30)	(0.50, 0.05)
$t_2 = 0.1$ s	Extension	(0.48, 1.25)	(0.47, 0.80)	(0.48, 0.38)	(0.50, 0.05)
$t_3 = 0.2$ s	Décollage	(0.50, 1.40)	(0.50, 0.95)	(0.50, 0.50)	(0.50, 0.05)

Masses segmentaires :

- Tête-tronc + bras : 50 kg
- Cuisses (×2) : 14 kg
- Jambes (×2) : 4.5 kg
- Pieds (×2) : 1.5 kg

Questions

1. Calculer CM_y à chaque instant clé.
2. De combien le centre de masse s'élève-t-il entre t_1 et t_3 ?
3. À quel moment le centre de masse monte-t-il le plus vite ?

Correction

1. Calcul de CM_y à chaque instant clé

$$CM_y(t_1) = \frac{50 \cdot 1.10 + 14 \cdot 0.70 + 4.5 \cdot 0.30 + 1.5 \cdot 0.05}{70}$$
$$= \frac{55 + 9.8 + 1.35 + 0.075}{70} = \frac{66.225}{70} \approx 0.946\,\text{m}$$

$$CM_y(t_2) = \frac{50 \cdot 1.25 + 14 \cdot 0.80 + 4.5 \cdot 0.38 + 1.5 \cdot 0.05}{70}$$
$$= \frac{62.5 + 11.2 + 1.71 + 0.075}{70} = \frac{75.485}{70} \approx 1.078\,\text{m}$$

$$CM_y(t_3) = \frac{50 \cdot 1.40 + 14 \cdot 0.95 + 4.5 \cdot 0.50 + 1.5 \cdot 0.05}{70}$$
$$= \frac{70 + 13.3 + 2.25 + 0.075}{70} = \frac{85.625}{70} \approx 1.223\,\text{m}$$

2. Élévation du centre de masse entre t_1 et t_3

$$\Delta CM_y = CM_y(t_3) - CM_y(t_1) = 1.223 - 0.946 = 0.277\,\text{m}$$

3. Vitesse de montée du centre de masse

$$\text{Entre } t_1 \text{ et } t_2 : \quad V_y = \frac{\Delta CM_y}{\Delta t} = \frac{1.078 - 0.946}{0.1} = 1.32\,\text{m/s}$$

$$\text{Entre } t_2 \text{ et } t_3 : \quad V_y = \frac{\Delta CM_y}{\Delta t} = \frac{1.223 - 1.078}{0.1} = 1.45\,\text{m/s}$$

Le centre de masse monte donc le plus vite entre t_2 et t_3, juste avant le décollage.

2 Vitesse du centre de masse

Exercice 4 : Calcul de la vitesse du centre de masse

Données

Position du centre de masse d'un athlète lors d'une course.

Table 3 – Position du centre de masse en fonction du temps

Temps (s)	CM_x (m)	CM_y (m)
0.00	0.00	1.05
0.10	0.65	1.08
0.20	1.35	1.06
0.30	2.10	1.05
0.40	2.90	1.05

Questions

1. Calculer les vitesses V_x et V_y du centre de masse sur chaque intervalle de temps, puis la vitesse résultante V.
2. Comment évolue V_x ? Pourquoi V_y varie-t-elle ?

Correction

Exemple pour le premier intervalle :

$$V_x = \frac{0.65 - 0.00}{0.10} = 6.5\,\text{m/s}, \qquad V_y = \frac{1.08 - 1.05}{0.10} = 0.3\,\text{m/s}, \qquad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \approx 6.51\,\text{m/s}$$

Table 4 – Analyse des vitesses du centre de masse

Intervalle (s)	V_x (m/s)	V_y (m/s)	V (m/s)	Interprétation
0.00 – 0.10	6.5	0.3	6.51	Phase d'accélération initiale
0.10 – 0.20	7.0	−0.2	7.00	Accélération + légère descente du CM
0.20 – 0.30	7.5	−0.1	7.50	Accélération continue
0.30 – 0.40	8.0	0.0	8.00	Vitesse max, CM stabilisé

Exercice 5 : Analyse complète d'un saut vertical

Données

Table 5 – Évolution de la hauteur du centre de masse au cours du saut

Temps (s)	CM_y (m)	Phase
0.00	1.02	Debout statique
0.05	1.00	Descente
0.10	0.96	Flexion max
0.15	0.99	Début d'extension
0.20	1.05	Extension
0.25	1.14	Fin d'extension
0.30	1.24	Décollage
0.35	1.32	Vol (montée)
0.40	1.38	Vol
0.45	1.40	Point haut
0.50	1.38	Vol (descente)
0.55	1.32	Vol
0.60	1.24	Contact au sol

Questions

1. Calculer la vitesse verticale V_y sur chaque intervalle de temps.
2. Identifier les phases clés : quelle est V_y au décollage ($t = 0.30$ s) ? Quelle est V_y au point haut ($t = 0.45$ s) ? Quelle est l'amplitude du saut ?
3. Confronter les résultats à la théorie : la vitesse verticale au décollage permet-elle d'estimer la hauteur du saut avec $h = \dfrac{V_y^2}{2g}$?
4. Calculer la puissance moyenne développée : $W = m \cdot g \cdot h$ et $P = \dfrac{W}{\Delta t}$, avec $m = 70$ kg, $g = 9.81\,\text{m/s}^2$, $h = 0.38$ m et $\Delta t = 0.30$ s.

Correction

1. Vitesse verticale sur chaque intervalle

Table 6 – Variations du centre de masse et vitesses verticales

Intervalle (s)	ΔCM_y (m)	V_y (m/s)	Phase
0.00 – 0.05	−0.02	−0.40	Descente
0.05 – 0.10	−0.04	−0.80	Flexion accélérée
0.10 – 0.15	+0.03	+0.60	Freinage + inversion
0.15 – 0.20	+0.06	+1.20	Extension
0.20 – 0.25	+0.09	+1.80	Accélération maximale
0.25 – 0.30	+0.10	+2.00	Fin d'extension
0.30 – 0.35	+0.08	+1.60	Vol (décollage ≈ 2.5 m/s)
0.35 – 0.40	+0.06	+1.20	Vol (décélération)
0.40 – 0.45	+0.02	+0.40	Approche de l'apex
0.45 – 0.50	−0.02	−0.40	Apex
0.50 – 0.55	−0.06	−1.20	Descente
0.55 – 0.60	−0.08	−1.60	Descente accélérée

2. Phases clés

- Au décollage ($t = 0.30$ s) : $V_y \approx 2.0\,\text{m/s}$
- Au point haut ($t = 0.45$ s) : $V_y = 0\,\text{m/s}$
- Amplitude du saut : $h = 1.40 - 1.24 = 0.16\,\text{m}$

3. Cohérence avec la théorie

$$h = \frac{V_y^2}{2g} = \frac{(2.0)^2}{2 \cdot 9.81} \approx 0.20\,\text{m}$$

Cette valeur est proche de l'amplitude mesurée (0.16 m).

4. Puissance moyenne développée

$$W = m \cdot g \cdot h = 70 \cdot 9.81 \cdot 0.16 \approx 109.9\,\text{J}$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{109.9}{0.20} \approx 549\,\text{W}$$

Remarque

Pour la phase d'impulsion, on prend le temps écoulé entre la flexion maximale ($t = 0.10$ s) et le décollage ($t = 0.30$ s), soit $\Delta t = 0.20$ s : c'est la **phase de poussée**.

Exercice 6 : Optimisation de la performance

Données

Vous êtes coach. Deux athlètes sautent à la même hauteur (40 cm), mais :

- Athlète A : V_y au décollage $= 2.8\,\text{m/s}$, $\Delta t = 0.25$ s
- Athlète B : V_y au décollage $= 2.8\,\text{m/s}$, $\Delta t = 0.35$ s

Questions

Quelles stratégies différentes observez-vous ? Laquelle est la « meilleure » ? Pourrait-on identifier le sport pratiqué par ces deux athlètes à partir de ces informations ?

Correction

Athlète A : phase d'impulsion plus courte mais plus intense (RFD plus élevé), typique des sports nécessitant des mouvements explosifs (ex. : sprint, saut en hauteur).

Athlète B : phase d'impulsion plus longue mais moins intense, typique des sports nécessitant de l'endurance ou des mouvements plus contrôlés (ex. : force maximale, haltérophilie).

Calcul du travail et de la puissance

Si l'on considère deux athlètes de même masse (70 kg), ils produisent le même travail :

$$W = m \cdot g \cdot h = 70 \cdot 9.81 \cdot 0.40 = 274.68\,\text{J}$$

En revanche, leurs puissances moyennes diffèrent :

$$P_A = \frac{W}{\Delta t_A} = \frac{274.68}{0.25} = 1098.72\,\text{W} \qquad P_B = \frac{W}{\Delta t_B} = \frac{274.68}{0.35} = 784.8\,\text{W}$$

Conclusion : l'athlète A a une puissance moyenne plus élevée, ce qui est avantageux pour les sports explosifs. L'athlète B, avec une puissance moyenne plus faible, serait plus adapté à des sports nécessitant de la force sur une durée plus longue.

Remarque

RFD = *Rate of Force Development* = vitesse de montée en force.

3 Quantité de mouvement et impulsion

Exercice 7 : Calcul de la quantité de mouvement

Données

Sprint de 100 m réalisé par un athlète de 75 kg.

Table 7 – Évolution des composantes de la vitesse au cours du temps

Temps (s)	V_x (m/s)	V_y (m/s)
0.0	0.0	0.0
1.0	4.2	0.1
2.0	7.1	0.0
3.0	8.9	0.0
4.0	9.8	0.0
5.0	10.2	0.0

Questions

1. Calculer la quantité de mouvement p à chaque instant.
2. Calculer la variation de quantité de mouvement entre $t = 0$ et $t = 5$ s.
3. En déduire l'impulsion.
4. Calculer la force horizontale moyenne sur les 5 secondes.

Correction

1. Quantité de mouvement à chaque instant ($p = m \cdot V$)

Table 8 – Quantité de mouvement en fonction du temps

Temps (s)	p_x (kg·m/s)	p_y (kg·m/s)
0.0	0.0	0.0
1.0	315.0	7.5
2.0	532.5	0.0
3.0	667.5	0.0
4.0	735.0	0.0
5.0	765.0	0.0

2. Variation de quantité de mouvement entre $t = 0$ et $t = 5$ s

$$\Delta p_x = p_x(5.0) - p_x(0.0) = 765.0 - 0.0 = 765.0\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$\Delta p_y = p_y(5.0) - p_y(0.0) = 0.0 - 0.0 = 0.0\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

3. Impulsion

$$I = \Delta p = 765.0\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

4. Force horizontale moyenne sur 5 secondes

$$F_{moy} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{765.0}{5.0} = 153.0\,\text{N}$$

Interprétation : l'athlète a exercé sur le sol une force horizontale moyenne de 153 N (environ 20 % de son poids) pour atteindre sa vitesse finale de 10.2 m/s en 5 secondes.

Exercice 8 : Collision au rugby

Données

Plaquage frontal entre deux joueurs de rugby.

Avant la collision :

- Joueur A : $m_A = 85$ kg, $V_A = 6\,\text{m/s}$
- Joueur B : $m_B = 95$ kg, $V_B = -4\,\text{m/s}$ (vitesse négative car dans le sens opposé au joueur A)

Après la collision : les deux joueurs restent accrochés l'un à l'autre (collision inélastique).

Questions

1. Calculer la quantité de mouvement de chacun des deux joueurs. Que se passe-t-il ?
2. En négligeant les forces extérieures pendant le choc, on a $p_{\text{totale après}} = p_{\text{totale avant}}$. Que vaut la quantité de mouvement totale après le choc ?
3. Calculer la vitesse commune après le choc, sachant que $(m_A + m_B) \cdot V_{\text{après}} = m_A V_A + m_B V_B$.
4. Interpréter le résultat : dans quel sens les joueurs vont-ils se déplacer ? Qui gagne le plaquage ?

Correction

1. Quantité de mouvement avant la collision

$$p_A = m_A \cdot V_A = 85 \cdot 6 = 510\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$p_B = m_B \cdot V_B = 95 \cdot (-4) = -380\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$p_{\text{totale}} = p_A + p_B = 510 - 380 = 130\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

2. Conservation de la quantité de mouvement

En négligeant les forces extérieures pendant le choc :

$$p_{\text{totale après}} = p_{\text{totale avant}} = 130\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

3. Vitesse commune après le choc

$$(m_A + m_B) \cdot V_{\text{après}} = m_A \cdot V_A + m_B \cdot V_B$$
$$(85 + 95) \cdot V_{\text{après}} = 85 \cdot 6 + 95 \cdot (-4)$$
$$180 \cdot V_{\text{après}} = 510 - 380 = 130$$
$$V_{\text{après}} = \frac{130}{180} \approx 0.722\,\text{m/s}$$

4. Interprétation

La vitesse commune après le choc est positive (0.722 m/s) : les deux joueurs se déplacent dans le sens initial du joueur A. L'attaquant A gagne donc le plaquage : le joueur B est entraîné dans sa direction.

Exercice 9 : Impulsion et saut

Données

Un athlète de 70 kg effectue un saut vertical.

- Vitesse de décollage : $V_y = 2.8\,\text{m/s}$
- Durée de l'impulsion : $\Delta t = 0.25\ \text{s}$

Questions

1. Calculer la quantité de mouvement verticale au décollage.
2. Calculer la variation de quantité de mouvement entre le départ ($V_{y0} = 0\,\text{m/s}$) et le décollage ($V_y = 2.8\,\text{m/s}$).
3. En déduire l'impulsion moyenne exercée par le sol sur l'athlète pendant la phase d'impulsion.
4. Calculer la force verticale moyenne exercée pendant l'impulsion.
5. Décomposer cette force : $F_{\text{tot}} = F_{\text{sol}} - P$ avec $P = m \cdot g$, et en déduire la force verticale moyenne F_{sol} exercée par le sol sur l'athlète.

Correction

1. Quantité de mouvement verticale au décollage

$$p_y = m \cdot V_y = 70 \cdot 2.8 = 196\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

2. Variation de quantité de mouvement

$$\Delta p_y = p_y - p_{y0} = 196 - 0 = 196\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

3. Impulsion moyenne exercée par le sol

$$I = \Delta p_y = 196\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

4. Force verticale moyenne pendant l'impulsion

$$F_{\text{tot}} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{196}{0.25} = 784\,\text{N}$$

5. Décomposition de la force

$$P = m \cdot g = 70 \cdot 9.81 \approx 686.7\,\text{N}$$

$$F_{\text{sol}} = F_{\text{tot}} + P = 784 + 686.7 \approx 1470.7\,\text{N}$$

Conclusion : la force verticale moyenne exercée par le sol sur l'athlète pendant la phase d'impulsion est d'environ 1471 N, soit environ 2.1 fois son poids, ce qui lui permet de décoller.

Interprétation : l'athlète pousse le sol avec une force de 1471 N ; le sol réagit avec une force de même intensité et de sens opposé (3^{e} loi de Newton).

Littérature

Le ratio F_{sol}/P est un indicateur de performance pour les sauts verticaux : plus il est élevé, plus l'athlète est performant.

- Débutant : 1.5 à 1.8 fois le poids du corps
- Confirmé : 2.0 à 2.5 fois le poids du corps
- Élite : 2.5 à 3.0 fois le poids du corps

Pistes d'optimisation

- Développer la force explosive (squat, pliométrie) → objectif : augmenter F_{sol}.
- Améliorer la technique de saut (coordination, timing) → objectif : réduire Δt et augmenter V_y.
- Travailler la flexibilité et la mobilité (hanches, chevilles) → objectif : permettre une plus grande amplitude de mouvement et une meilleure utilisation de la force.

4 Exercice récapitulatif

Exercice 10 : Analyse complète d'un départ de sprint

Données

Masse de l'athlète : 75 kg.

Table 9 – Position du centre de masse et phases de la course

Temps (s)	CM_x (m)	CM_y (m)	Phase
0.00	0.00	0.95	Départ
0.20	0.35	0.80	1er appui
0.40	0.85	0.90	Accélération
0.60	1.50	0.98	Accélération
0.80	2.30	1.02	Accélération
1.00	3.25	1.04	Transition
1.20	4.35	1.05	Vitesse max progressive
1.40	5.60	1.05	Vitesse max progressive
1.60	7.00	1.05	Vitesse max
1.80	8.50	1.05	Vitesse max
2.00	10.10	1.05	Vitesse max atteinte

Questions

1. **Position du centre de masse**
   - **a)** Quelle est la hauteur minimale du CM ? À quel moment ? Quelle est la hauteur maximale stable ? Pourquoi le CM est-il si bas au départ ?
   - **b)** Analyser le déplacement horizontal : quelle distance est parcourue en 2 secondes ? L'accélération est-elle constante ?
2. **Vitesse du centre de masse**
   - **a)** Calculer la vitesse horizontale V_x et la vitesse verticale V_y sur chaque intervalle de temps. Comment évoluent-elles ?
   - **b)** Identifier les phases d'accélération : à quel moment V_x est-elle maximale ? À quel moment V_x se stabilise-t-elle ?
   - **c)** Analyser V_y : décrire l'évolution de la vitesse verticale.
3. **Quantité de mouvement du centre de masse**
   - **a)** Calculer la quantité de mouvement horizontale p_x (pour rappel : $p_x = m \cdot V_x$).
   - **b)** En déduire l'impulsion horizontale exercée par le sol sur l'athlète pendant les 2 secondes.
   - **c)** Calculer la force horizontale moyenne exercée par le sol sur l'athlète pendant les 2 secondes.
4. **Optimisation biomécanique**
   - **a)** Tracer le graphique $V_x(t)$. Quelle est la forme de la courbe ? À quel moment l'accélération diminue-t-elle ? Pourquoi ?
5. **Monitoring** – Suite à un entraînement spécifique, l'athlète améliore sa phase d'accéléra-

tion progressive (de 1 à 2 s) : il passe de 8.0 m/s à 9.0 m/s à $t = 2$ s.

a) Quelle serait la nouvelle quantité de mouvement p_x à $t = 2$ s ?

b) Quelle impulsion supplémentaire faut-il générer pour atteindre cette nouvelle vitesse ?

c) Si Δt reste égal à 2 s, quelle force moyenne faut-il ajouter ?

Correction

1. Position du centre de masse

1.a Hauteur du CM

- Hauteur minimale du CM : 0.80 m à $t = 0.20$ s.
- Hauteur maximale stable : 1.05 m.
- CM bas au départ : position dans les starting-blocks, corps groupé.

1.b Déplacement horizontal

- Distance parcourue en 2 secondes : 10.10 m.
- L'accélération n'est pas constante : forte au début (de 0.0 à 0.2 s), puis elle se stabilise (de 0.2 à 1.6 s) – voir le tableau 10.

2. Vitesse du centre de masse

2.a Vitesses V_x et V_y sur chaque intervalle

Table 10 – Variations de position et vitesses du centre de masse

Intervalle (s)	Δt (s)	ΔCM_x (m)	V_x (m/s)	ΔCM_y (m)	V_y (m/s)
0.00 – 0.20	0.20	0.35	1.75	−0.15	−0.75
0.20 – 0.40	0.20	0.50	2.50	0.10	0.50
0.40 – 0.60	0.20	0.65	3.25	0.08	0.40
0.60 – 0.80	0.20	0.80	4.00	0.04	0.20
0.80 – 1.00	0.20	0.95	4.75	0.02	0.10
1.00 – 1.20	0.20	1.10	5.50	0.01	0.05
1.20 – 1.40	0.20	1.25	6.25	0	0
1.40 – 1.60	0.20	1.40	7.00	0	0
1.60 – 1.80	0.20	1.50	7.50	0	0
1.80 – 2.00	0.20	1.60	8.00	0	0

2.b Phases d'accélération

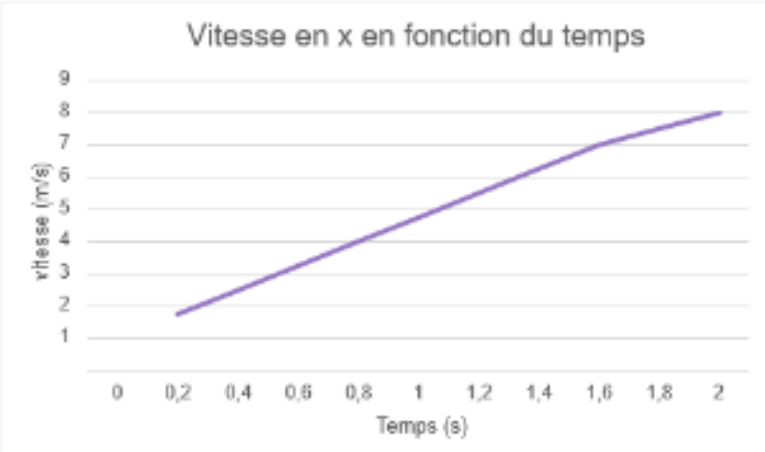


Figure 1 – Évolution de la vitesse horizontale V_x au cours du sprint

D'après les données, V_x n'augmente pas de la même façon sur tout le sprint : la vitesse augmente de manière plutôt régulière entre 0.2 et 1.6 s, puis l'augmentation ralentit entre 1.6 et 2.0 s.

2.c Évolution de la vitesse verticale

La vitesse verticale V_y est négative au départ (descente du CM, entre 0.00 et 0.20 s), devient positive (montée du CM) entre 0.20 et 0.40 s, puis se stabilise à 0 m/s après 1.20 s.

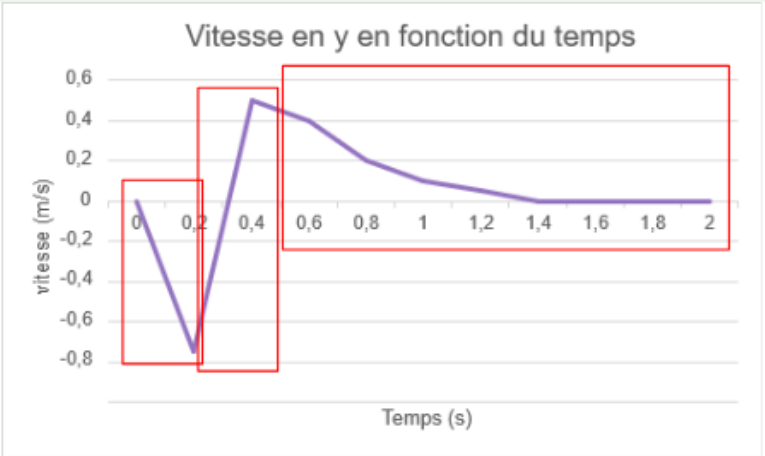


Figure 2 – Évolution de la vitesse verticale V_y du centre de masse

3. Quantité de mouvement

3.a Quantité de mouvement horizontale $p_x = m \cdot V_x$

Table 11 – Évolution de la vitesse et de la quantité de mouvement horizontales

Temps (s)	V_x (m/s)	p_x (kg·m/s)
0.0	0.00	0
0.2	1.75	131
0.4	2.50	188
0.6	3.25	244
0.8	4.00	300
1.0	4.75	356
1.2	5.50	413
1.4	6.25	469
1.6	7.00	525
1.8	7.50	563
2.0	8.00	600

3.b Impulsion horizontale exercée par le sol pendant les 2 secondes

$$I = \Delta p_x = p_x(2.0) - p_x(0.0) = 600 - 0 = 600\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

3.c Force horizontale moyenne exercée par le sol pendant les 2 secondes

$$F_{moy} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{600}{2.0} = 300\,\text{N}$$

Poids de l'athlète : $P = m \cdot g = 75 \cdot 9.81 \approx 735.75\,\text{N}$, d'où un ratio $F_{moy}/P \approx 0.41$: la force horizontale moyenne représente environ 41 % du poids de l'athlète. Cette valeur est cohérente avec la littérature (environ 40 % du poids).

4. Optimisation biomécanique

Le graphique de $V_x(t)$ est donné par la figure 1.

5. Monitoring

5.a Nouvelle quantité de mouvement à $t = 2$ s, avec $V_x = 9.0\,\text{m/s}$:

$$p_x = m \cdot V_x = 75 \cdot 9.0 = 675\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

5.b Impulsion supplémentaire à générer :

$$I_{suppl} = p_{x,\text{nouveau}} - p_{x,\text{ancien}} = 675 - 600 = 75\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

5.c Force moyenne à ajouter si Δt reste égal à 2 s :

$$F_{suppl} = \frac{I_{suppl}}{\Delta t} = \frac{75}{2.0} = 37.5\,\text{N}$$
$$F_{moy,\,\text{totale}} = F_{moy,\,\text{ancienne}} + F_{suppl} = 300 + 37.5 = 337.5\,\text{N}$$

Conclusion : pour atteindre 9.0 m/s, l'athlète doit générer une impulsion supplémentaire de 75 kg·m/s, soit une force moyenne supplémentaire de 37.5 N sur 2 secondes. Cela représente $37.5/300 = 12.5$ % de force en plus : une amélioration envisageable après plusieurs semaines d'entraînement spécifique.

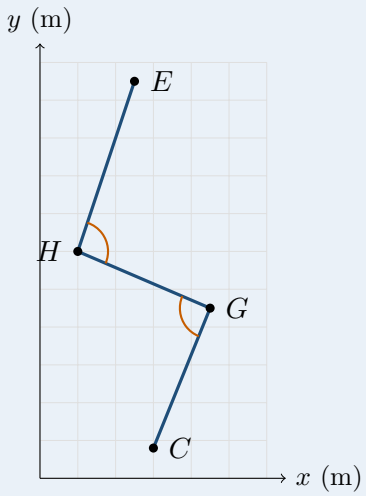
5 Cinématique angulaire

Exercice 11 : Calcul d'angles articulaires à partir des coordonnées

Données

Un athlète réalise un squat. Sur une image de la vidéo (vue de profil, athlète tourné vers la droite), on a relevé dans Kinovea les coordonnées de quatre repères anatomiques :

- Épaule : $E\,(0.25,\ 1.05)$ m
- Hanche : $H\,(0.10,\ 0.60)$ m
- Genou : $G\,(0.45,\ 0.45)$ m
- Cheville : $C\,(0.30,\ 0.08)$ m



Méthode (angle relatif) : l'angle articulaire est l'angle **entre** deux segments voisins ; il vaut 180° quand l'articulation est complètement tendue. On le calcule directement à partir des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ qui partent de l'articulation vers les deux repères voisins :

$$\cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|} \qquad \text{avec} \qquad \vec{u}\cdot\vec{v} = u_x v_x + u_y v_y \qquad \text{et} \qquad \|\vec{u}\| = \sqrt{u_x^2+u_y^2}$$

puis $\theta = \arccos(\cos\theta)$ (touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice, en mode degrés).

Questions

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GH}$ (genou → hanche) et $\overrightarrow{GC}$ (genou → cheville).
2. Calculer l'angle articulaire du genou.
3. Calculer de même l'angle articulaire de la hanche, entre le tronc $(\overrightarrow{HE})$ et la cuisse $(\overrightarrow{HG})$.
4. Debout, jambes tendues, que vaudrait l'angle du genou ? De combien de degrés le genou est-il fléchi sur cette image ?
5. On s'aperçoit que la caméra était légèrement penchée. L'angle du genou calculé est-il faux ? Justifier.

Correction

1. Vecteurs partant du genou

$$\vec{u} = \overrightarrow{GH} = \begin{pmatrix} 0.10 - 0.45 \\ 0.60 - 0.45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.35 \\ 0.15 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \overrightarrow{GC} = \begin{pmatrix} 0.30 - 0.45 \\ 0.08 - 0.45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.15 \\ -0.37 \end{pmatrix}$$

2. Angle du genou

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= (-0.35) \times (-0.15) + 0.15 \times (-0.37) = 0.0525 - 0.0555 = -0.0030 \\ \|\vec{u}\| &= \sqrt{(-0.35)^2 + 0.15^2} = \sqrt{0.1450} \approx 0.3808\,\text{m} \\ \|\vec{v}\| &= \sqrt{(-0.15)^2 + (-0.37)^2} = \sqrt{0.1594} \approx 0.3992\,\text{m} \\ \cos\theta_{\text{genou}} &= \frac{-0.0030}{0.3808 \times 0.3992} \approx -0.0197 \\ \theta_{\text{genou}} &= \arccos(-0.0197) \approx 91.13^\circ \end{aligned}$$

Le produit scalaire est négatif : l'angle est légèrement supérieur à 90°.

3. Angle de la hanche

$$\vec{u} = \overrightarrow{HE} = \begin{pmatrix} 0.25 - 0.10 \\ 1.05 - 0.60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0.45 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \overrightarrow{HG} = \begin{pmatrix} 0.45 - 0.10 \\ 0.45 - 0.60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.35 \\ -0.15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= 0.15 \times 0.35 + 0.45 \times (-0.15) = 0.0525 - 0.0675 = -0.0150 \\ \|\vec{u}\| &= \sqrt{0.15^2 + 0.45^2} = \sqrt{0.2250} \approx 0.4743\,\text{m} \qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{0.1450} \approx 0.3808\,\text{m} \\ \cos\theta_{\text{hanche}} &= \frac{-0.0150}{0.4743 \times 0.3808} \approx -0.0830 \\ \theta_{\text{hanche}} &= \arccos(-0.0830) \approx 94.76^\circ \end{aligned}$$

4. Flexion du genou

Debout, jambes tendues : $\theta_{\text{genou}} = 180^\circ$. Sur cette image, le genou est fléchi de $180 - 91.13 = 88.87^\circ$, soit presque à angle droit.

5. Caméra penchée

Non, l'angle reste juste. L'angle articulaire ne dépend que des positions des trois repères **les uns par rapport aux autres** : si la caméra est penchée, toute l'image tourne, les coordonnées changent, mais l'angle entre la cuisse et la jambe reste le même. C'est l'intérêt du calcul en relatif : un angle mesuré par rapport à l'horizontale, lui, serait faussé.

Attention

La caméra doit malgré tout rester **perpendiculaire** au plan du mouvement : si elle filme de biais, les longueurs et les angles sont déformés, quelle que soit la méthode de calcul. Le goniomètre de Kinovea mesure ce même angle relatif : ce calcul permet de le vérifier.

Exercice 12 : Amplitude articulaire (ROM) lors d'un squat

Données

Un athlète réalise un squat lent. Les angles articulaires sont relevés toutes les 0.4 s.

Table 12 – Angles articulaires au cours d'un squat

Temps (s)	Genou (°)	Hanche (°)	Cheville (°)	Phase
0.0	178	175	92	Debout
0.4	150	145	85	Descente
0.8	110	100	75	Descente
1.2	72	65	68	Position basse
1.6	105	98	74	Remontée
2.0	148	142	84	Remontée
2.4	176	172	90	Debout

Dans cet exercice, on considère qu'un squat est « complet » si le ROM du genou dépasse 100°.

Questions

1. Calculer le ROM du genou, de la hanche et de la cheville. Quelle articulation a la plus grande amplitude ?
2. À quel instant chaque articulation atteint-elle sa flexion maximale ? Que peut-on en conclure ?
3. Ce squat est-il complet ?
4. Un étudiant calcule le ROM du genou ainsi : $178 - 176 = 2°$. Expliquer son erreur.
5. Un autre étudiant calcule l'angle moyen du genou sur tout le mouvement. Que vaut-il ? Pourquoi ne renseigne-t-il pas sur l'amplitude ?
6. Lors d'un test de squat sur une jambe, le ROM du genou droit est de 98° et celui du genou gauche de 84°. Calculer l'asymétrie avec

$$\text{Asymétrie (\%)} = \frac{\text{ROM}_{max} - \text{ROM}_{min}}{\text{ROM}_{max}} \times 100$$

Faut-il la surveiller, si l'on considère qu'une asymétrie supérieure à 10 % doit l'être ?

Correction

1. ROM de chaque articulation

$$\text{ROM}_{\text{genou}} = 178 - 72 = 106°$$
$$\text{ROM}_{\text{hanche}} = 175 - 65 = 110°$$
$$\text{ROM}_{\text{cheville}} = 92 - 68 = 24°$$

La hanche a la plus grande amplitude (110°), juste devant le genou (106°). La cheville bouge beaucoup moins (24°).

2. Instant de flexion maximale

Les trois articulations atteignent leur angle minimal à $t = 1.2$ s, en position basse : elles fléchissent puis s'étendent ensemble, le mouvement est coordonné.

3. Squat complet ?

$\text{ROM}_{\text{genou}} = 106° > 100°$: le squat est complet.

4. Erreur de l'étudiant

Il a calculé « dernière valeur − première valeur ». Or le ROM se calcule avec le **maximum** et le **minimum** sur tout le mouvement. Comme l'athlète est debout au début et à la fin, ces deux valeurs sont presque égales, alors que le genou a beaucoup bougé entre les deux.

5. Angle moyen

$$\bar{\theta}_{\text{genou}} = \frac{178 + 150 + 110 + 72 + 105 + 148 + 176}{7} = \frac{939}{7} \approx 134.14°$$

La moyenne donne une valeur centrale mais ne dit rien de l'écart entre les extrêmes : un genou qui oscillerait entre 130° et 138° aurait presque la même moyenne, avec un ROM de seulement 8°.

6. Asymétrie

$$\text{Asymétrie} = \frac{98 - 84}{98} \times 100 \approx 14.29\ \%$$

L'asymétrie dépasse 10 % : elle est à surveiller, par exemple avec un travail de mobilité et de renforcement du côté gauche.

Exercice 13 : Vitesse angulaire du genou lors d'une frappe de balle

Données

Un footballeur frappe un ballon (vue de profil). On relève l'angle du genou de la jambe de frappe toutes les 0.02 s. Le pied touche le ballon à $t = 0.14$ s.

Table 13 – Angle du genou de la jambe de frappe

Temps (s)	Angle du genou (°)
0.00	110
0.02	100
0.04	92
0.06	90
0.08	98
0.10	116
0.12	142
0.14	170
0.16	176

Questions

1. Calculer la vitesse angulaire ω du genou sur chaque intervalle.
2. Que signifie le signe de ω ? Identifier la phase d'armé (flexion) et la phase de frappe (extension). À quel instant la flexion est-elle maximale ?

3. Quelle est la vitesse angulaire maximale ? Sur quel intervalle ? Que se passe-t-il après le contact ?
4. Calculer la vitesse angulaire moyenne de la phase d'extension, de la flexion maximale jusqu'au contact. Comparer avec la valeur maximale.
5. Calculer le ROM du genou sur l'ensemble du mouvement.
6. Convertir la vitesse angulaire maximale en rad/s.
7. **Pour aller plus loin.** Le point de contact du pied est à $r = 0.50$ m du genou. Avec $v = r \cdot \omega$ (ω en rad/s), calculer la vitesse du pied due à l'extension du genou. Un ballon frappé fort part à environ 25 m/s : comment expliquer l'écart ?

Correction

1. Vitesse angulaire sur chaque intervalle

Exemple pour le premier intervalle :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{100 - 110}{0.02 - 0.00} = \frac{-10}{0.02} = -500\,^\circ/\text{s}$$

Table 14 – Vitesse angulaire du genou

Intervalle (s)	$\Delta\theta$ (°)	ω (°/s)	Phase
0.00 – 0.02	−10	−500	Armé (flexion)
0.02 – 0.04	−8	−400	Armé (flexion)
0.04 – 0.06	−2	−100	Fin de l'armé
0.06 – 0.08	+8	+400	Début de la frappe (extension)
0.08 – 0.10	+18	+900	Frappe
0.10 – 0.12	+26	+1300	Frappe
0.12 – 0.14	+28	+1400	Frappe, jusqu'au contact
0.14 – 0.16	+6	+300	Après le contact

2. Signe de ω et phases

- $\omega < 0$: l'angle diminue, le genou fléchit. C'est l'armé (de 0.00 à 0.06 s).
- $\omega > 0$: l'angle augmente, le genou s'étend. C'est la frappe (à partir de 0.06 s).
- La flexion est maximale à $t = 0.06$ s (90°), quand ω change de signe.

3. Vitesse angulaire maximale

$\omega_{max} = 1400$ °/s sur l'intervalle 0.12 – 0.14 s, juste avant le contact : le pied arrive au ballon avec la vitesse de rotation la plus élevée. Après le contact, ω chute à 300 °/s : le ballon freine le pied et le genou approche de l'extension complète.

4. Vitesse angulaire moyenne de la frappe

$$\omega_{moy} = \frac{170 - 90}{0.14 - 0.06} = \frac{80}{0.08} = 1000\,^\circ/\text{s}$$

Le pic (1400 °/s) est 40 % plus élevé que la moyenne : l'extension accélère progressivement et la vitesse la plus grande est atteinte en fin de frappe.

5. ROM du genou

$$\text{ROM} = 176 - 90 = 86^\circ$$

6. Conversion en rad/s

$$\omega_{max} = \frac{1400}{57.3} \approx 24.43\,\text{rad/s}$$

7. Vitesse du pied

$$v = r \cdot \omega = 0.50 \times 24.43 \approx 12.2\,\text{m/s}$$

Cette vitesse est bien inférieure à 25 m/s, pour deux raisons :

- elle ne correspond qu'à la rotation du genou ; la cuisse tourne aussi autour de la hanche et le corps avance pendant la course d'élan, et ces vitesses s'ajoutent (chaîne cinétique) ;
- le ballon, beaucoup plus léger que la jambe, repart plus vite que le pied qui le frappe.

Exercice 14 : Accélération angulaire du coude lors d'un tir au handball

Données

On a calculé, à partir d'une vidéo analysée avec Kinovea, la vitesse angulaire d'extension du coude d'un joueur de handball lors d'un tir. Le ballon est lâché à $t = 0.10$ s.

Table 15 – Vitesse angulaire d'extension du coude

Temps (s)	ω du coude (°/s)
0.00	200
0.02	500
0.04	950
0.06	1500
0.08	1900
0.10	2050
0.12	1800
0.14	1100
0.16	300

Questions

1. Calculer l'accélération angulaire α du coude sur chaque intervalle.
2. Identifier la phase d'accélération et la phase de freinage du coude. Que vaut ω au moment du lâcher ? Pourquoi est-ce favorable à la performance ?
3. Quelle est l'accélération angulaire maximale ? Sur quel intervalle ? À ce moment-là, ω est-elle maximale ? Expliquer.
4. Calculer l'accélération angulaire moyenne pendant la phase d'accélération (0 à 0.10 s), puis pendant le freinage (0.10 à 0.16 s). Comparer, puis proposer une interprétation en lien avec la prévention des blessures.
5. Convertir l'accélération angulaire maximale en rad/s^2.

Correction

1. Accélération angulaire sur chaque intervalle

Exemple pour le premier intervalle :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{500 - 200}{0.02} = 15\,000\,^\circ/\mathrm{s}^2$$

Table 16 – Accélération angulaire du coude

Intervalle (s)	$\Delta\omega$ (°/s)	α (°/s^2)	Phase
0.00 – 0.02	+300	+15 000	Accélération
0.02 – 0.04	+450	+22 500	Accélération
0.04 – 0.06	+550	+27 500	Accélération maximale
0.06 – 0.08	+400	+20 000	Accélération
0.08 – 0.10	+150	+7 500	Fin d'accélération
0.10 – 0.12	−250	−12 500	Freinage
0.12 – 0.14	−700	−35 000	Freinage
0.14 – 0.16	−800	−40 000	Freinage maximal

2. Phases et lâcher

Le coude accélère de 0 à 0.10 s ($\alpha > 0$) puis freine de 0.10 à 0.16 s ($\alpha < 0$). Au lâcher, $\omega = 2050$ °/s, sa valeur maximale : le ballon quitte la main au moment où le coude tourne le plus vite, ce qui lui transmet le plus de vitesse.

3. Accélération maximale

$\alpha_{max} = 27\,500\,^\circ/\mathrm{s}^2$ sur l'intervalle 0.04 – 0.06 s. À ce moment, ω n'est pas maximale (1500 °/s) : elle continue d'augmenter tant que α reste positive. Une accélération maximale signifie que ω augmente le plus vite, pas qu'elle est la plus grande. ω est maximale quand α change de signe, vers $t = 0.10$ s.

4. Accélération moyenne et freinage

$$\alpha_{\text{accélération}} = \frac{2050 - 200}{0.10 - 0.00} = 18\,500\,^\circ/\mathrm{s}^2$$

$$\alpha_{\text{freinage}} = \frac{300 - 2050}{0.16 - 0.10} = \frac{-1750}{0.06} \approx -29\,167\,^\circ/\mathrm{s}^2$$

Le freinage est environ 1.6 fois plus intense que l'accélération et se fait en moins de temps. Les muscles fléchisseurs du coude doivent freiner l'avant-bras en travaillant en excentrique, et l'articulation subit de fortes contraintes. Le renforcement excentrique est donc important pour prévenir les blessures du coude chez le lanceur.

5. Conversion en rad/s^2

$$\alpha_{max} = \frac{27\,500}{57.3} \approx 479.93\,\mathrm{rad/s}^2$$

6 Exercices récapitulatifs

Exercice 15 : Récapitulatif angulaire – saut avec contre-mouvement

Données

Un athlète réalise un saut vertical avec contre-mouvement : il fléchit les jambes, puis s'étend pour décoller à $t = 0.40$ s. Il est filmé de profil, tourné vers la droite.

Coordonnées au point bas ($t = 0.20$ s) : hanche $H\,(0.02,\ 0.56)$ m, genou $G\,(0.42,\ 0.50)$ m, cheville $C\,(0.30,\ 0.08)$ m.

Table 17 – Angles articulaires au cours du saut

Temps (s)	Genou (°)	Hanche (°)
0.00	170	165
0.05	150	140
0.10	120	108
0.15	95	82
0.20	?	72
0.25	92	95
0.30	112	130
0.35	145	162
0.40	175	178

Pour le calcul de α : on utilise deux valeurs de ω calculées sur deux intervalles successifs ; elles sont séparées de $\Delta t = 0.05$ s.

Questions

1. Calculer l'angle du genou au point bas avec le produit scalaire (vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GC}$), puis compléter le tableau (arrondir au degré).
2. Calculer le ROM du genou et de la hanche.
3. Calculer la vitesse angulaire du genou et de la hanche sur chaque intervalle. Identifier la phase de flexion et la phase d'extension.
4. **Coordination.** Sur quel intervalle chaque articulation atteint-elle son pic de vitesse d'extension ? Quel est le délai entre les deux pics ? L'extension est-elle simultanée ou séquentielle ? Dans quel ordre ?
5. Calculer l'accélération angulaire du genou pendant la phase d'extension. À quel moment le genou commence-t-il à freiner son extension ? Pourquoi ?
6. **Synthèse.** En 4 à 5 lignes, décrire la phase d'extension de ce saut en citant au moins trois valeurs calculées.

Correction

1. Angle du genou au point bas

$$\vec{u} = \overrightarrow{GH} = \begin{pmatrix} 0.02 - 0.42 \\ 0.56 - 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.40 \\ 0.06 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \overrightarrow{GC} = \begin{pmatrix} 0.30 - 0.42 \\ 0.08 - 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.42 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-0.40) \times (-0.12) + 0.06 \times (-0.42) = 0.0480 - 0.0252 = 0.0228$$
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0.1636} \approx 0.4045\,\text{m} \qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{0.1908} \approx 0.4368\,\text{m}$$
$$\cos\theta_{\text{genou}} = \frac{0.0228}{0.4045 \times 0.4368} \approx 0.1290$$
$$\theta_{\text{genou}} = \arccos(0.1290) \approx 82.59^\circ \approx 83^\circ$$

2. ROM

$$\text{ROM}_{\text{genou}} = 175 - 83 = 92^\circ \qquad \text{ROM}_{\text{hanche}} = 178 - 72 = 106^\circ$$

3. Vitesses angulaires

Exemple : $\omega_{\text{genou}} = \dfrac{150 - 170}{0.05} = -400$ °/s sur le premier intervalle.

Table 18 – Vitesses angulaires du genou et de la hanche

Intervalle (s)	ω_{genou} (°/s)	ω_{hanche} (°/s)	Phase
0.00 – 0.05	−400	−500	Flexion
0.05 – 0.10	−600	−640	Flexion
0.10 – 0.15	−500	−520	Flexion
0.15 – 0.20	−240	−200	Fin de flexion
0.20 – 0.25	+180	+460	Début d'extension
0.25 – 0.30	+400	+700	Extension
0.30 – 0.35	+660	+640	Extension
0.35 – 0.40	+600	+320	Fin d'extension (décollage)

Flexion de 0 à 0.20 s ($\omega < 0$), extension de 0.20 à 0.40 s ($\omega > 0$).

4. Coordination

- Pic d'extension de la hanche : 700 °/s sur 0.25 – 0.30 s.
- Pic d'extension du genou : 660 °/s sur 0.30 – 0.35 s.
- Délai : 0.05 s. La hanche atteint son pic avant le genou : l'extension est **séquentielle**, de la hanche vers le genou (séquence proximo-distale).

On parle souvent de « triple extension » simultanée ; en regardant les pics en détail, ils sont décalés.

5. Accélération angulaire du genou pendant l'extension

$$\alpha_1 = \frac{400 - 180}{0.05} = 4400\,^\circ/\text{s}^2$$
$$\alpha_2 = \frac{660 - 400}{0.05} = 5200\,^\circ/\text{s}^2$$
$$\alpha_3 = \frac{600 - 660}{0.05} = -1200\,^\circ/\text{s}^2$$

Le genou commence à freiner sur la fin de l'extension, juste avant le décollage : il approche de l'extension complète (175°) et le freinage protège l'articulation.

6. Exemple de synthèse

L'extension dure 0.20 s (de 0.20 à 0.40 s). La hanche s'étend la première et atteint 700 °/s, puis le genou atteint 660 °/s 0.05 s plus tard : la séquence va de la hanche vers le genou. Le genou parcourt 92° et la hanche 106°. Le genou freine légèrement juste avant le décollage ($\alpha = -1200$ °/s^2).

Exercice 16 : Grand récapitulatif – l'attaque au volley-ball

Données

Un attaquant de 80 kg est filmé de profil lors d'une attaque, tourné vers le filet (vers la droite). On prend $g = 9.81\,\text{m/s}^2$.

A. Saut – hauteur du centre de masse après le décollage ($t = 0$) :

Table 19 – Hauteur du centre de masse

Temps (s)	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40
CM_y (m)	1.15	1.30	1.42	1.59	1.67	1.65

B. Bras de frappe – coordonnées à la fin de l'armé ($t = 0.30$ s) : épaule $S\,(0.00,\ 1.95)$ m, coude $E\,(-0.05,\ 2.25)$ m, poignet $W\,(-0.30,\ 2.05)$ m.

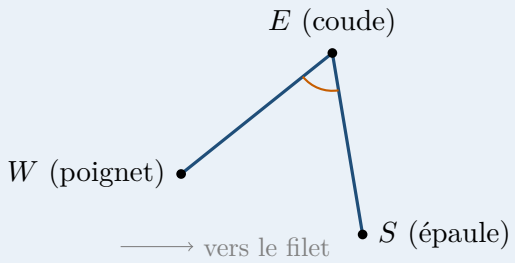


Table 20 – Angle du coude pendant la frappe (contact avec le ballon à $t = 0.40$ s)

Temps (s)	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40	0.42
Coude (°)	?	72	88	115	148	172	178

Distance entre le coude et la main : $r = 0.35$ m.

C. Ballon – masse 0.27 kg, vitesse négligeable avant la frappe, durée du contact avec la main 0.01 s. Positions relevées après la frappe : $(0.20,\ 2.80)$ m à $t = 0.42$ s et $(0.68,\ 2.60)$ m à $t = 0.44$ s.

D. Coordination – instants des pics de vitesse angulaire : rotation du tronc à 0.32 s, épaule à 0.35 s, coude : à déterminer (on prendra le milieu de l'intervalle du pic).

Questions

A. Saut

1. Calculer la vitesse verticale du CM sur le premier intervalle (0 à 0.05 s).
2. En déduire la hauteur théorique du saut avec $h = \dfrac{V_y^2}{2g}$. La comparer à l'élévation mesurée (point haut − décollage).
3. Quelle vitesse de décollage faudrait-il pour s'élever de 0.52 m ? Pourquoi la valeur de la question 1 est-elle sous-estimée ?

B. Bras de frappe

4. Calculer l'angle du coude à $t = 0.30$ s avec le produit scalaire (vecteurs $\overrightarrow{ES}$ et $\overrightarrow{EW}$).
5. Calculer le ROM du coude pendant la frappe.
6. Calculer la vitesse angulaire du coude sur chaque intervalle. Quand est-elle maximale ? Où se situe ce pic par rapport au contact ?
7. Calculer l'accélération angulaire du coude entre intervalles successifs. Décrire les phases.

C. Main et ballon

8. Convertir la vitesse angulaire maximale du coude en rad/s, puis calculer la vitesse de la main due à l'extension du coude ($v = r \cdot \omega$).
9. Calculer V_x, V_y et la vitesse V du ballon après la frappe.
10. Calculer la quantité de mouvement du ballon après la frappe, l'impulsion reçue, puis la force moyenne exercée par la main sur le ballon. Comparer cette force au poids de l'attaquant.
11. Comparer la vitesse du ballon à celle de la main calculée à la question 8. Comment l'expliquer ?

D. Synthèse

12. La séquence proximo-distale (tronc → épaule → coude) est-elle respectée ? Calculer les délais entre les pics. Sont-ils compris entre 0.02 et 0.05 s ?
13. En tant qu'entraîneur, sur quel paramètre agiriez-vous pour augmenter la vitesse du ballon ? Justifier avec au moins une valeur calculée.

Correction

A. Saut

1. $V_y = \dfrac{1.30 - 1.15}{0.05} = 3.00\,\text{m/s}$

2. $h = \dfrac{3.00^2}{2 \times 9.81} = \dfrac{9}{19.62} \approx 0.46\,\text{m}$. L'élévation mesurée vaut $1.67 - 1.15 = 0.52$ m : le calcul donne 6 cm de moins.

3. $V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.52} \approx 3.19\,\text{m/s}$. La vitesse de la question 1 est une moyenne sur 0.05 s, pendant lesquels la gravité freine déjà le CM : la vitesse au moment exact du décollage est plus élevée. Une fréquence d'acquisition plus grande (intervalle plus court) réduirait cette erreur.

B. Bras de frappe

4.

$$\vec{u} = \overrightarrow{ES} = \begin{pmatrix} 0.00 - (-0.05) \\ 1.95 - 2.25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.05 \\ -0.30 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \overrightarrow{EW} = \begin{pmatrix} -0.30 - (-0.05) \\ 2.05 - 2.25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.25 \\ -0.20 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0.05 \times (-0.25) + (-0.30) \times (-0.20) = -0.0125 + 0.0600 = 0.0475$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0.0925} \approx 0.3041\,\text{m} \qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{0.1025} \approx 0.3202\,\text{m}$$

$$\cos\theta_{\text{coude}} = \frac{0.0475}{0.3041 \times 0.3202} \approx 0.4878$$

$$\theta_{\text{coude}} = \arccos(0.4878) \approx 60.80^\circ \approx 61^\circ$$

5. ROM $= 178 - 61 = 117^\circ$

6. et **7.**

Table 21 – Vitesse et accélération angulaires du coude

Intervalle (s)	$\Delta\theta$ (°)	ω (°/s)	α avec l'intervalle suivant (°/s²)
0.30 – 0.32	11	550	+12 500
0.32 – 0.34	16	800	+27 500
0.34 – 0.36	27	1350	+15 000
0.36 – 0.38	33	1650	−22 500
0.38 – 0.40	24	1200	−45 000
0.40 – 0.42	6	300	–

$\omega_{max} = 1650$ °/s sur 0.36 – 0.38 s, donc **avant** le contact (0.40 s). Au contact, le coude est presque tendu (172°) et a déjà commencé à freiner. Le coude accélère jusque vers 0.37 s ($\alpha > 0$), puis freine ($\alpha < 0$), et le freinage est le plus fort après le contact. La vitesse de la main au contact vient aussi de la rotation de l'épaule, invisible de profil : c'est une limite de l'analyse en 2D.

C. Main et ballon

8. $\omega_{max} = \dfrac{1650}{57.3} \approx 28.80\,\text{rad/s}$, d'où $v = r \cdot \omega = 0.35 \times 28.80 \approx 10.08\,\text{m/s}$.

9.

$$V_x = \frac{0.68 - 0.20}{0.02} = 24.0\,\text{m/s} \qquad V_y = \frac{2.60 - 2.80}{0.02} = -10.0\,\text{m/s}$$

$$V = \sqrt{24.0^2 + 10.0^2} = \sqrt{676} = 26.0\,\text{m/s}$$

$V_y < 0$: le ballon part vers le bas, ce qui est recherché pour qu'il retombe dans le camp adverse.

10.

$$p = m \cdot V = 0.27 \times 26.0 = 7.02\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$I = \Delta p = 7.02 - 0 = 7.02\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$F_{moy} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{7.02}{0.01} = 702\,\text{N}$$

Poids de l'attaquant : $P = 80 \times 9.81 = 784.8$ N. La main exerce sur le ballon une force moyenne d'environ 0.89 fois le poids du joueur, pendant seulement 0.01 s.

11. Le ballon (26.0 m/s) va bien plus vite que la main due au seul coude (10.08 m/s) :

- l'extension du coude n'est qu'une partie de la vitesse de la main : le tronc et l'épaule ajoutent la leur (chaîne cinétique) ;
- le ballon, très léger, repart plus vite que la main qui le frappe.

D. Synthèse

12. Pic du coude au milieu de 0.36 – 0.38 s, soit 0.37 s. Séquence : tronc (0.32 s) $\rightarrow$ épaule (0.35 s) $\rightarrow$ coude (0.37 s) : la séquence proximo-distale est respectée. Délais : $0.35 - 0.32 = 0.03$ s et $0.37 - 0.35 = 0.02$ s, compris entre 0.02 et 0.05 s : bonne coordination.

13. Plusieurs réponses sont possibles si elles s'appuient sur les données. Par exemple : la coordination est déjà bonne (délais de 0.02 et 0.03 s) ; on peut chercher à augmenter la vitesse d'extension du coude (1650 °/s) et de l'épaule par un travail de puissance du membre supérieur (lancers de médecine-ball), ou à sauter plus haut (élévation de 0.52 m) pour frapper plus haut et plus fort vers le bas.

7 Formulaire – formules à connaître

Centre de masse (barycentre)

$$CM = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

CM : position du centre de masse du corps (m)
m_i : masse du segment i (kg)
r_i : position du centre de masse du segment i (m)
n : nombre de segments

Le centre de masse est la moyenne des positions des segments, pondérée par leurs masses : les segments lourds « attirent » le CM vers eux.

Vitesse

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad V_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot V_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

V : vitesse (m/s)
Δx : déplacement (m)
Δt : durée du déplacement (s)
V_i : vitesse du segment i (m/s)

La vitesse est le déplacement par unité de temps ; celle du CM est la moyenne des vitesses des segments, pondérée par leurs masses.

Vitesse résultante

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

V : vitesse résultante (m/s)
V_x : composante horizontale (m/s)
V_y : composante verticale (m/s)

La vitesse réelle du corps combine ses composantes horizontale et verticale (théorème de Pythagore).

Accélération

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

a : accélération ($\mathrm{m/s^2}$)
ΔV : variation de vitesse (m/s)
Δt : durée de cette variation (s)

L'accélération indique de combien la vitesse change chaque seconde ; elle est négative quand le corps ralentit.

Quantité de mouvement

$$p = m \cdot V$$

p : quantité de mouvement (kg·m/s)
m : masse (kg)
V : vitesse (m/s)

Plus un corps est lourd et rapide, plus sa quantité de mouvement est grande, et plus il est difficile de l'arrêter.

Impulsion

$$I = \Delta p = F \cdot \Delta t$$

I : impulsion (N·s, équivalent à kg·m/s)
Δp : variation de quantité de mouvement (kg·m/s)
F : force moyenne appliquée (N)
Δt : durée d'application de la force (s)

Pour changer la vitesse d'un corps, il faut appliquer une force plus grande ou pendant plus longtemps.

Travail et puissance

$$W = m \cdot g \cdot h \qquad P = \frac{W}{\Delta t}$$

W : travail (J)
m : masse (kg)
g : accélération de la pesanteur ($9.81\,\mathrm{m/s^2}$)
h : hauteur d'élévation (m)
P : puissance (W) Δt : durée (s)

Le travail est l'énergie nécessaire pour élever le corps ; la puissance indique à quelle vitesse ce travail est produit.

Hauteur de saut

$$h = \frac{V_y^2}{2g}$$

h : élévation du CM après le décollage (m)
V_y : vitesse verticale au décollage (m/s)
g : accélération de la pesanteur ($9.81\,\mathrm{m/s^2}$)

La hauteur d'un saut dépend uniquement de la vitesse verticale au moment du décollage.

Moment d'inertie

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2$$

I : moment d'inertie (kg·m^2), à ne pas confondre avec l'impulsion
m_i : masse du segment i (kg)
r_i : distance du segment i à l'axe de rotation (m)

Le moment d'inertie mesure la résistance à la mise en rotation : plus la masse est éloignée de l'axe, plus il est grand.

Rayon de giration

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

k : rayon de giration (m)
I : moment d'inertie (kg·m^2)
m : masse totale (kg)

Distance à l'axe à laquelle il faudrait concentrer toute la masse pour obtenir le même moment d'inertie.

Vecteur entre deux repères

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

A, B : deux repères anatomiques, coordonnées en m
$\|\overrightarrow{AB}\|$: norme du vecteur = longueur du segment (m)

Un segment est représenté par le vecteur qui va d'un repère à l'autre ; sa norme est la longueur du segment.

Angle articulaire (relatif)

$$\cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y$$

θ : angle articulaire (°) ; 180° = articulation tendue
$\vec{u}$, $\vec{v}$: vecteurs partant de l'articulation vers les deux repères voisins
$\theta = \arccos(\cos\theta)$, touche $\cos^{-1}$ en mode degrés

L'angle se calcule directement entre les deux segments : il ne dépend pas de l'inclinaison de la caméra. Produit scalaire négatif → angle supérieur à 90°.

Amplitude articulaire (ROM)

$$\text{ROM} = \theta_{max} - \theta_{min}$$

ROM : amplitude articulaire, *Range Of Motion* (°)
θ_{max} : angle maximal atteint sur tout le mouvement (°)
θ_{min} : angle minimal atteint sur tout le mouvement (°)

L'amplitude décrit l'étendue du mouvement d'une articulation : on prend le maximum et le minimum, pas la première et la dernière valeur.

Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ω : vitesse angulaire (°/s ou rad/s)
$\Delta\theta$: variation d'angle (°)
Δt : durée correspondante (s)

La vitesse angulaire indique à quelle vitesse une articulation tourne ; $\omega > 0$: l'angle augmente (extension), $\omega < 0$: il diminue (flexion).

Accélération angulaire

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

α : accélération angulaire (°/s^2 ou rad/s^2)
$\Delta\omega$: variation de vitesse angulaire (°/s)
Δt : durée correspondante (s)

Pendant une extension, $\alpha > 0$: la rotation accélère ; $\alpha < 0$: elle freine. ω est maximale quand α change de signe.

Conversion degrés – radians

$$\omega_{(\text{rad/s})} = \frac{\omega_{(°/\text{s})}}{57.3}$$

1 rad = 57.3°
Même conversion pour α (°/s^2 → rad/s^2)

Les formules qui mélangent angles et longueurs, comme $v = r \cdot \omega$, s'utilisent avec des radians.

Vitesse d'un point en rotation

$$v = r \cdot \omega$$

v : vitesse linéaire du point (m/s)
r : distance entre l'articulation et le point (m)
ω : vitesse angulaire (rad/s)

Plus le point est loin de l'articulation et plus la rotation est rapide, plus le point va vite (ex. : le pied lors d'une frappe).

Délai de coordination

$$\Delta t = t_{\text{pic, distal}} - t_{\text{pic, proximal}}$$

t_{pic} : instant du pic de vitesse angulaire d'un segment (s)
proximal : proche du tronc ; distal : éloigné du tronc

$\Delta t > 0$ *: le segment distal atteint son pic après le proximal, c'est la séquence proximo-distale attendue (chaîne cinétique).*