

# ANTHROPOMÉTRIE, CENTRE DE MASSE, ET QUANTITÉ DE MOUVEMENT

---

DANS L'ANALYSE DE LA PERFORMANCE SPORTIVE

Septembre 2022  
Diane HAERING



# Plan du cours

- A) Indicateurs de la performance associés au centre de masse
  
- B) Cinématique et calcul de la position du centre de masse au cours d'un mouvement



# Objectifs

- Connaître des indicateurs de la performance associés au centre de masse
- Être capable de réaliser des calculs de centre de masse à partir de coordonnées et d'un modèle anthropométrique (rappels de L1) et de les relier à la performance
- Etre capable de réaliser des calculs de vitesse linéaire et de la relier à la performance



# A) INDICATEURS DE LA PERFORMANCE ASSOCIÉS AU CENTRE DE MASSE

---

Mobilité et stabilité du CM & configuration du corps

Vitesses horizontales et verticales du CM,

Quantités de mouvement,

Moments d'inerties,

...



# CENTRE DE MASSE

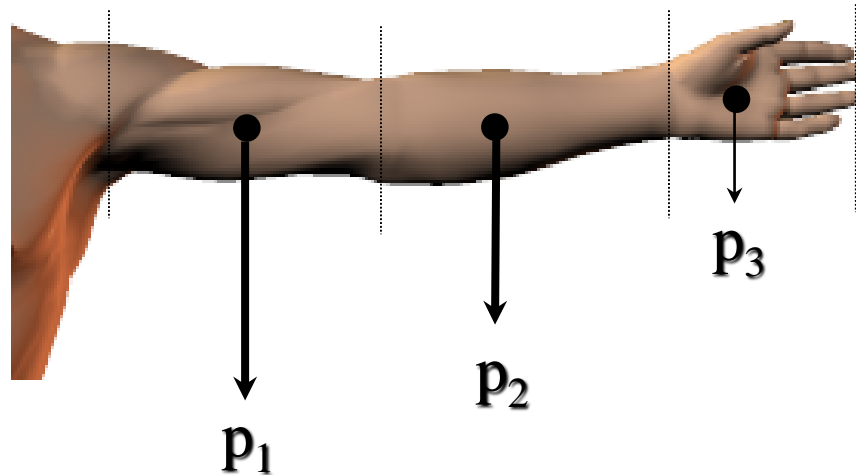
- Définition :
- Le centre de masse est un point virtuel où est concentré la totalité de la masse de l'objet ou du corps étudié

$$\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{M} \overrightarrow{OG}_i$$

- Représente le mouvement global du corps comme un seul solide
- Position variable en fonction de la configuration des segments dans l'espace



# CENTRE DE MASSE D'UN SYSTEME



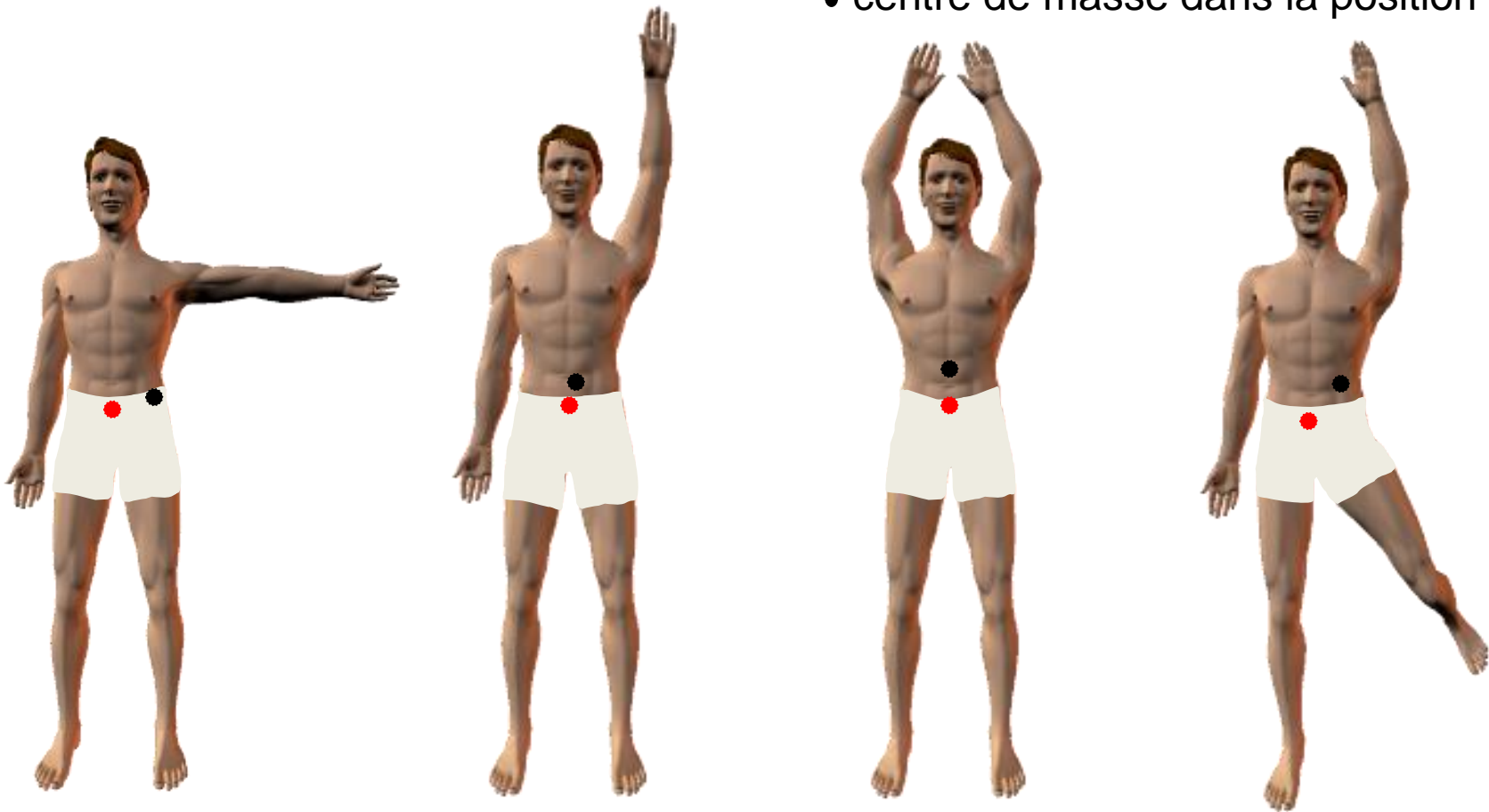
- Le centre de masse segmentaire est à l'intérieur du segment
- Si le segment est considéré comme un solide indéformable, la position du centre de masse est fixe par rapport à ce segment.

remarque: Souvent le centre de masse est plus proche de l'extrémité proximale que distale



# MOBILITE DU CENTRE DE MASSE DU CORPS

- centre de masse en position anatomique
- centre de masse dans la position actuelle



Si le système est déformable ou articulé, la position du centre de masse est mobile en fonction de la configuration de ce système.







## Exemple 1: Saut en hauteur

1. Quel est l'objectif du saut en hauteur?
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?



## Exemple 1: Saut en hauteur

1. Quel est l'objectif du saut en hauteur?

➤ sauter le plus haut possible

2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?

➤ la hauteur maximale du centre de masse doit être la plus importante possible



## Exemple 1: Saut en hauteur

1. Quel est l'objectif du saut en hauteur?

➤ sauter le plus haut possible

2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?

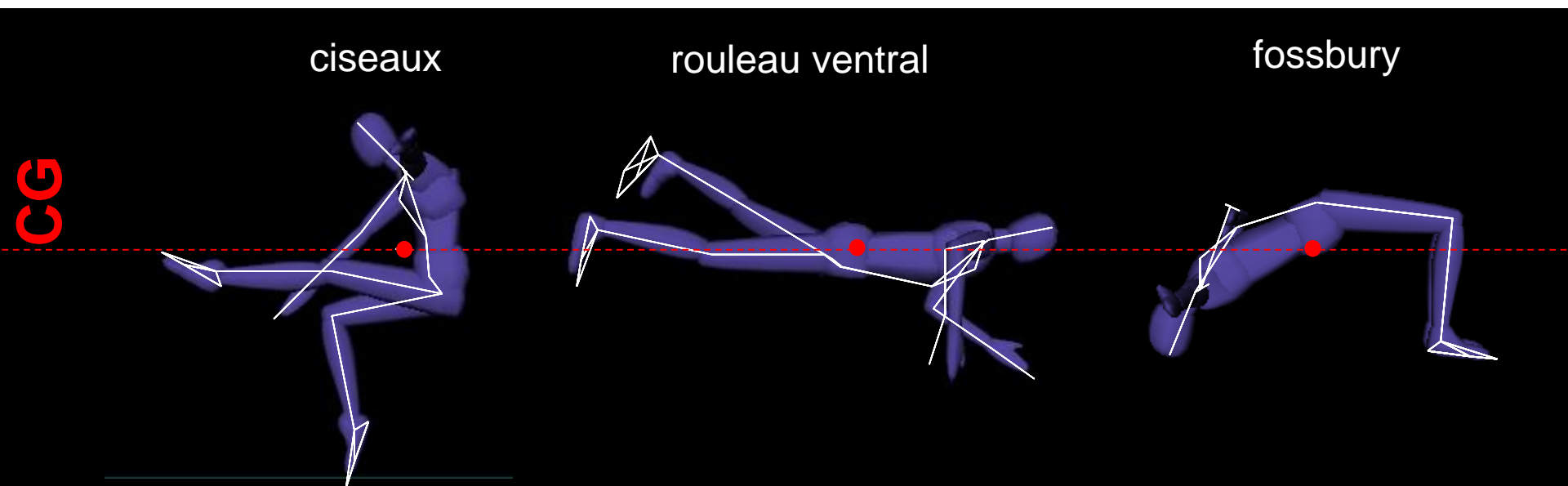
➤ la hauteur maximale du centre de masse doit être la plus importante possible

→ Mais, sauter haut garantit-il de passer la barre sans la faire tomber?



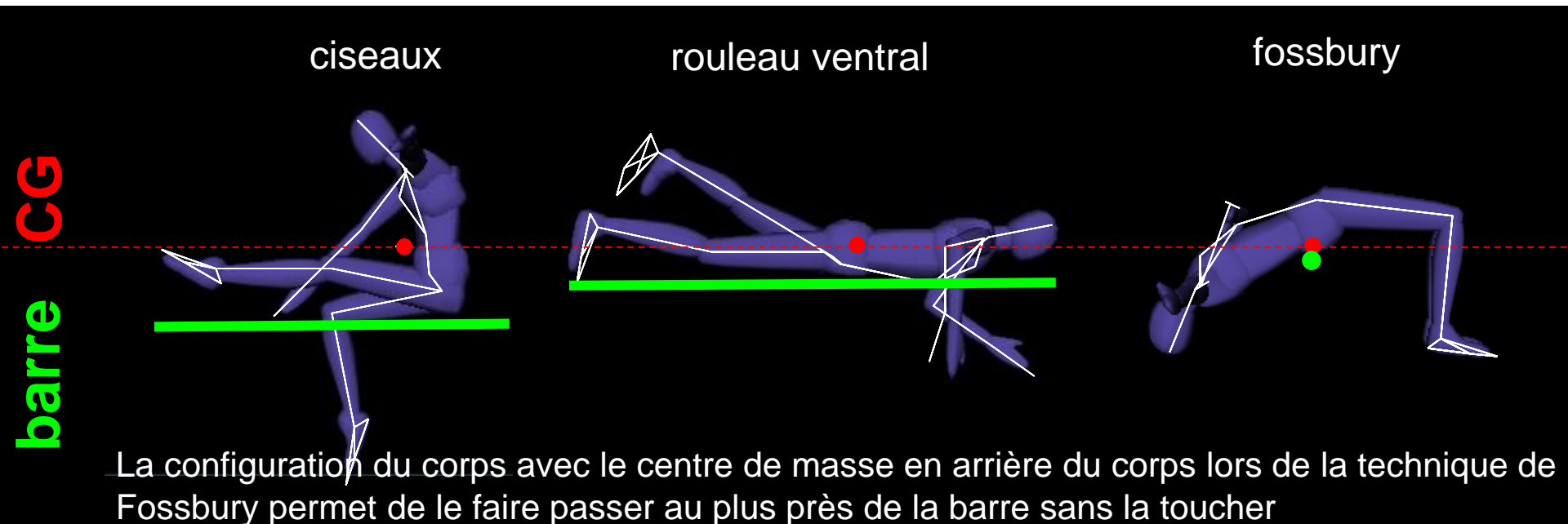
## Exemple 1: Saut en hauteur

Ces trois sauts ont atteint la même hauteur au moment de passer la barre. Mais, selon chaque technique, à quelle hauteur doit être positionnée la barre pour ne pas la faire tomber?

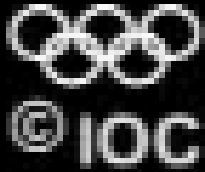


## Exemple 1: Saut en hauteur

Ces trois sauts ont atteint la même hauteur au moment de passer la barre. Mais, selon chaque technique, à quelle hauteur doit être positionnée la barre pour ne pas la faire tomber?



And in the 1968's OG,  
Richard Douglas ("Dick")  
Fosbury made history!



## Exemple 1: Saut en hauteur

1. Quel est l'objectif du saut en hauteur?
  - ~~sauter le plus haut possible~~
  - passer la barre la plus haute possible
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?
  - la hauteur maximale du centre de masse doit être la plus haute possible **et la configuration du corps doit permettre de réduire la distance entre la barre et le centre de masse**



## Exemple 2: Basketball

1. Comment récupérer un rebond en sautant?
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?





## Exemple 2: Basketball

1. Comment récupérer un rebond en sautant?

- attraper la balle plus tôt et plus haut que l'adversaire



2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?

- sauter le plus haut possible et porter le plus haut possible la main qui va récupérer le ballon

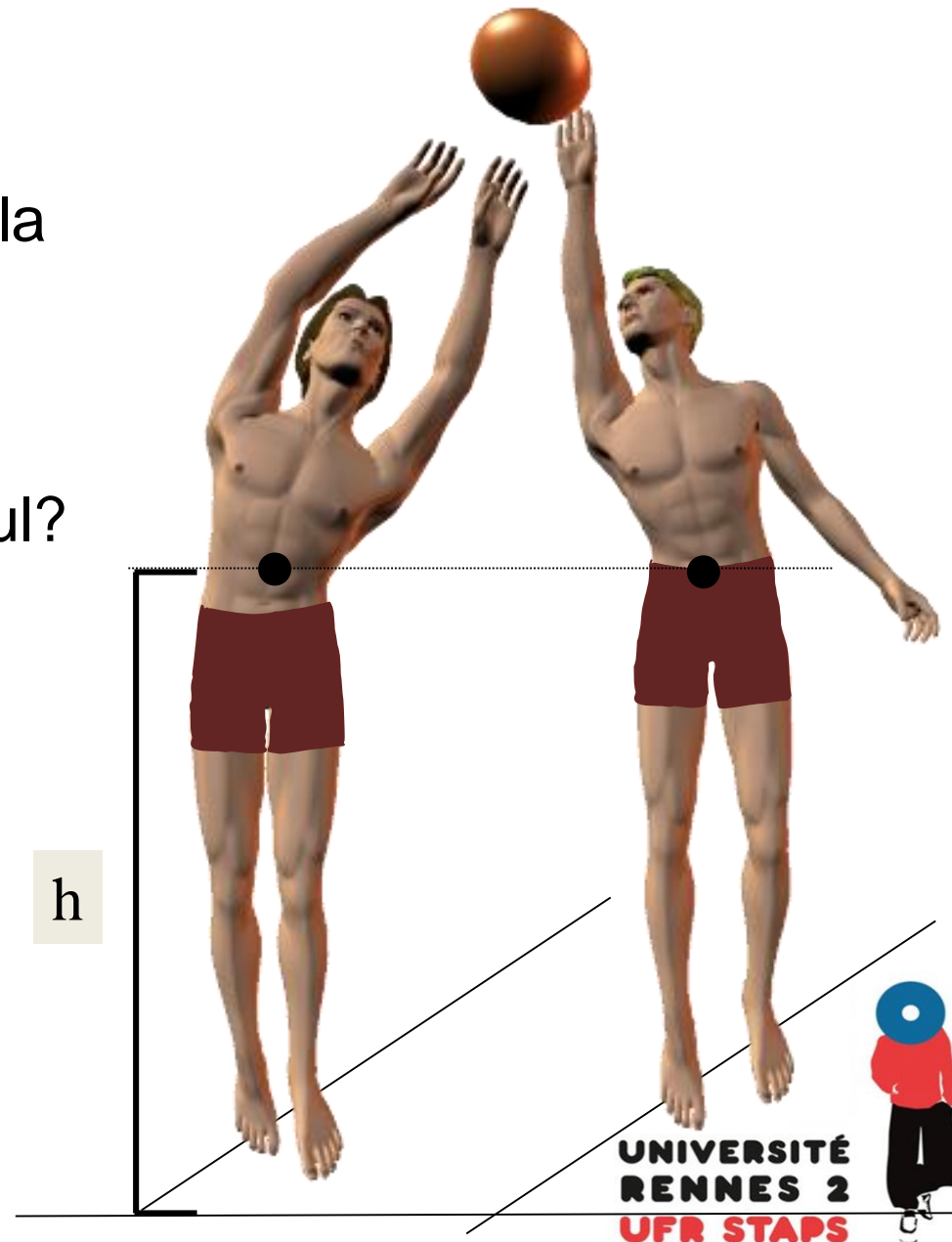
→ Ok, mais comment?



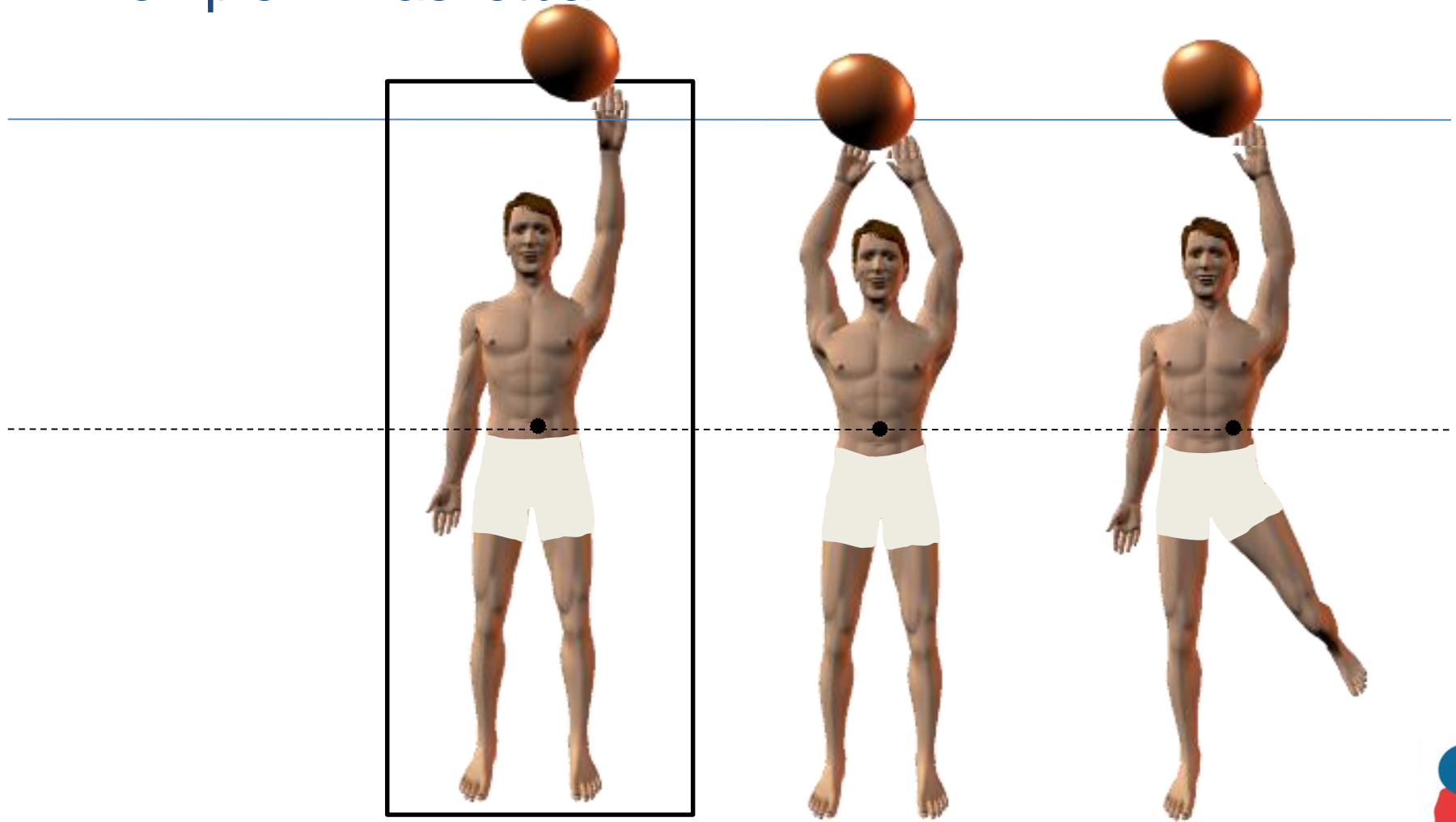
## Exemple 2: Basketball

Ces deux joueurs ont sauté à la même hauteur. Mais, vaut-il mieux aller chercher la balle :

- avec les deux bras ou un seul?
- avec les jambes fléchies ou tendues?



## Exemple 2: Basketball



- centre de masse
- hauteur du centre de masse à l'apogée du saut
- hauteur de la main à l'apogée du saut



## Exemple 2: Basketball

1. Comment récupérer un rebond en sautant?

- attraper la balle plus tôt et plus haut que l'adversaire



2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position du centre de masse?

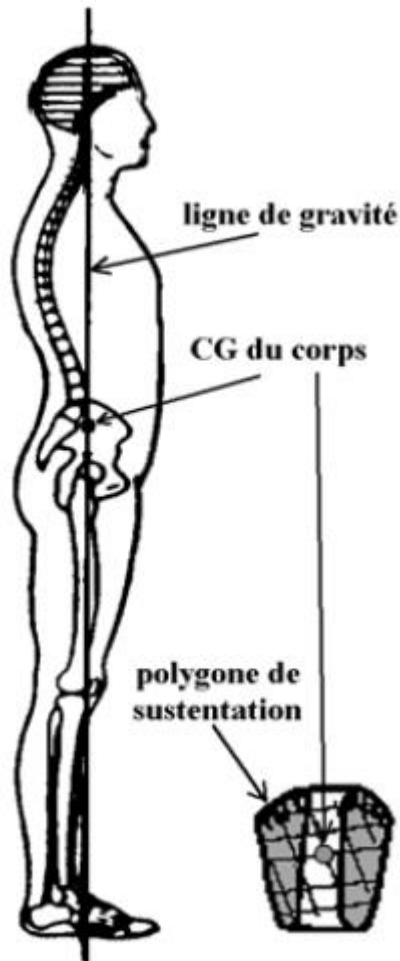
- sauter le plus haut possible et porter le plus haut possible la main qui va récupérer le ballon

→ Ok, mais comment?

- en étirant le plus possible, le bras libre et les jambes vers le bas pour augmenter la distance entre la main en l'air et le centre de masse.



# GESTION DE L'EQUILIBRE



RESTER en EQUILIBRE = conserver la projection du centre de masse dans le polygone de sustentation

- Elargir le polygone de sustentation
- Répartir les masses de façon symétrique
- Réduire les oscillations du centre de masse
- Abaisser son centre de masse plus proche de sa base de sustentation



# Exemple 3: slackline

- Relier les stratégies des experts avec les principes biomécaniques?

Stratégie	Principe
Réduire les rotations axiales	Élargir le polygone de sustentation
Agrandir la longueur des pas	Répartir les masses de façon symétrique
Limiter les accélérations verticales	Réduire les oscillations du centre de masse
Plus de mobilisation des articulations des membres inférieurs	Abaissier son centre de masse plus proche de sa base de sustentation

Stein, K., & Mombaur, K. (2019, October). Performance indicators for stability of slackline balancing. In *2019 IEEE-RAS 19th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)* (pp. 469-476). IEEE.



# Exemple 3: slackline

- Relier les stratégies des experts avec les principes biomécaniques?

Stratégie (article)	Principe (cours)
Réduire les rotations axiales	Élargir le polygone de sustentation
Agrandir la longueur des pas	Répartir les masses de façon symétrique
Limiter les accélérations verticales	Réduire les oscillations du centre de masse
Plus de mobilisation des articulations des membres inférieurs	Abaisser son centre de masse plus proche de sa base de sustentation

Stein, K., & Mombaur, K. (2019, October). Performance indicators for stability of slackline balancing. In *2019 IEEE-RAS 19th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)* (pp. 469-476). IEEE.



# VITESSE HORIZONTALE ET VERTICALE DU CENTRE DE MASSE

- La vitesse est la variation de position par unité de temps

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_{t_2} - x_{t_1}}{t_2 - t_1}$$



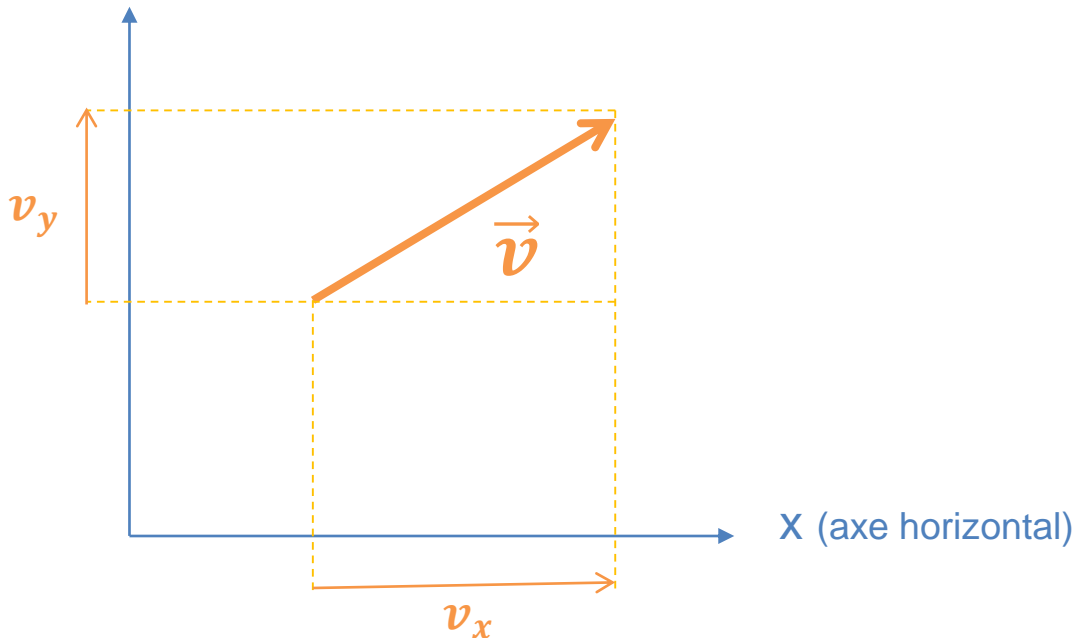


# VITESSE HORIZONTALE ET VERTICALE DU CENTRE DE MASSE

- En 2D la vitesse peut être représentée par un vecteur à deux composantes selon chacun des axes horizontaux et verticaux :

Représentation géométrique

y (axe vertical)



Représentation algébrique

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$



# VITESSE HORIZONTALE ET VERTICALE DU CENTRE DE MASSE

- La plupart des performances sportives sont liées directement ou indirectement à ces composantes de la vitesse

Vitesse horizontale:

- Courir le plus vite possible
- Déplacer le centre de masse moins/plus vite que la base de sustentation

Vitesse verticale:

- Sauter le plus haut possible
- Sauter le plus longtemps possible pour réaliser des acrobaties

Compromis entre vitesse horizontale et verticale:

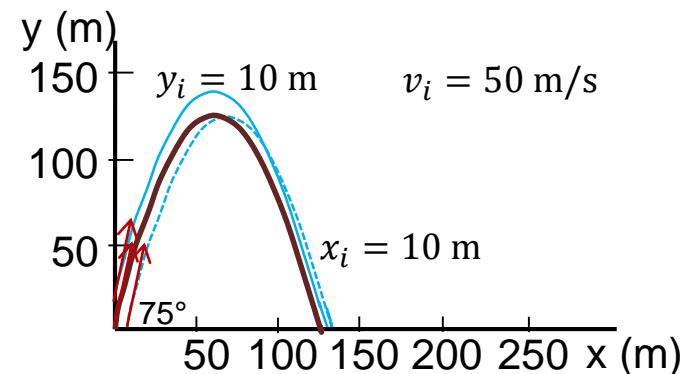
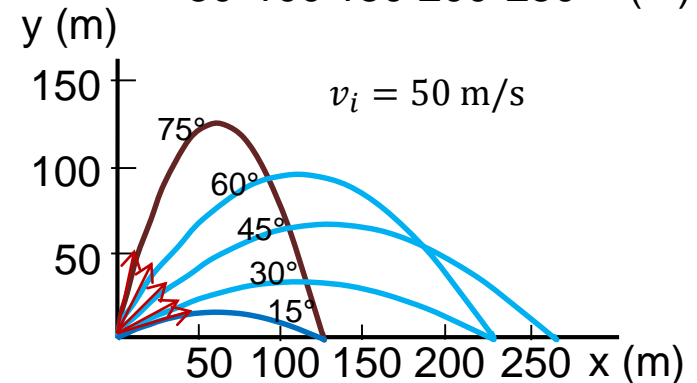
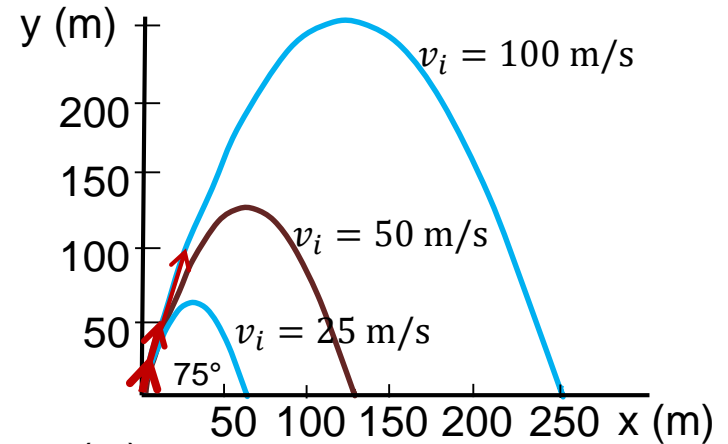
- Sauter/Lancer le plus loin possible
- Lancer le plus vite et précisément possible

...



# VITESSE HORIZONTALE ET VERTICALE DU CENTRE DE MASSE

- Augmenter la norme de la vitesse initiale
- Améliorer l'orientation de la vitesse initiale
- Améliorer la position initiale du centre de masse
  - en hauteur
  - en longueur



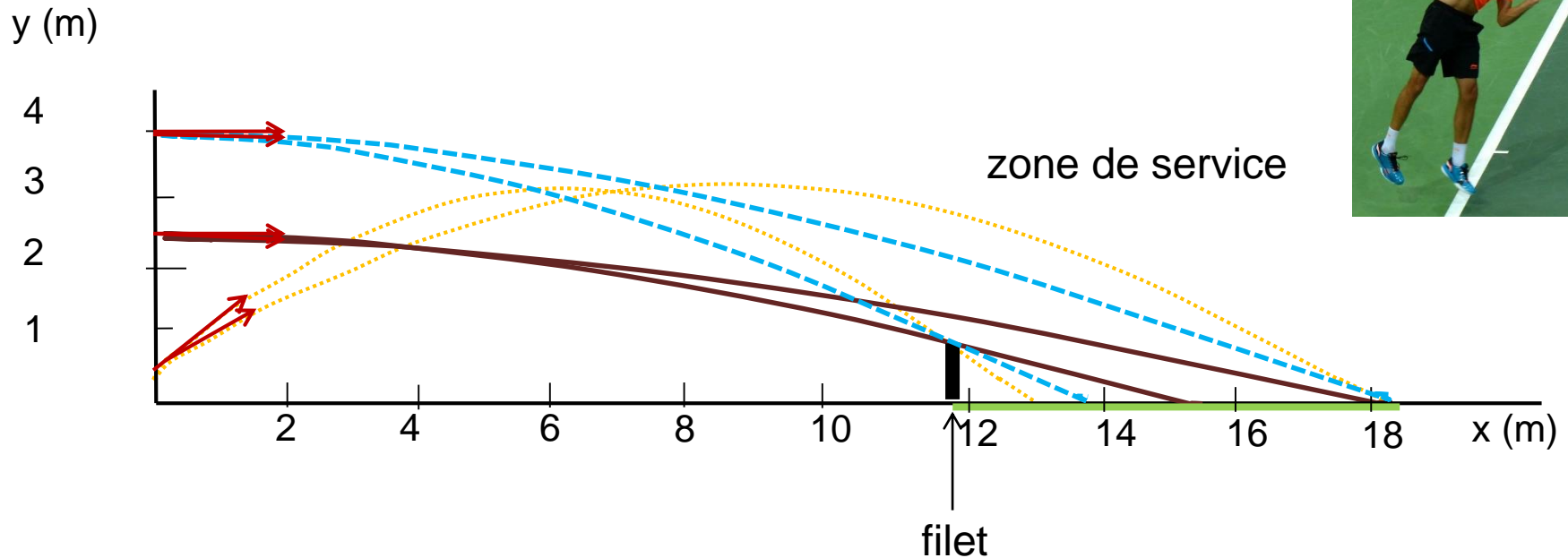
## Exemple 3: Tennis



1. Comment augmenter ses chances de service gagnant?
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position et de la vitesse de frappe de la balle?



# Exemple 3: Tennis



- Augmenter la vitesse horizontale initiale
- Augmenter la hauteur initiale pour permettre une plus grande marge d'erreur, variété de service



## Exemple 3: Tennis

1. Comment augmenter ses chances de service gagnant?
  - En servant le plus haut possible
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la position et de la vitesse de frappe de la balle?
  - plus la vitesse horizontale de frappe est importante, moins l'adversaire aura le temps de se replacer avant que la balle arrive sur lui
  - plus la balle est frappée haut, plus la fenêtre d'angle de service réussi est importante, et plus la composante horizontale de la vitesse est importante.



# QUANTITE DE MOUVEMENT LINEAIRE, QUANTITE DE ROTATION (moment cinétique)

	Translation	Rotation
cinématique	vitesse linéaire ( $v$ )	vitesse angulaire ( $\omega$ )
inertie	masse ( $m$ )	moment d'inertie ( $I$ )
cinétique	quantité de mouvement $p = m v$	quantité de rotation (moment cinétique) $\sigma = I \omega$



## → Quantité de mouvement constant

- En l'air, la quantité de mouvement d'un système ne peut pas être annulée, elle peut seulement être transférée à un autre





→ Quantité de rotation constante

En l'air, aucune rotation du corps autour de son centre de masse ne peut être arrêtée!!



- En l'air, aucune rotation du corps autour de son centre de masse ne peut être créée non plus!!



# QUANTITES DE MOUVEMENT SEGMENTAIRES

masse x vitesse

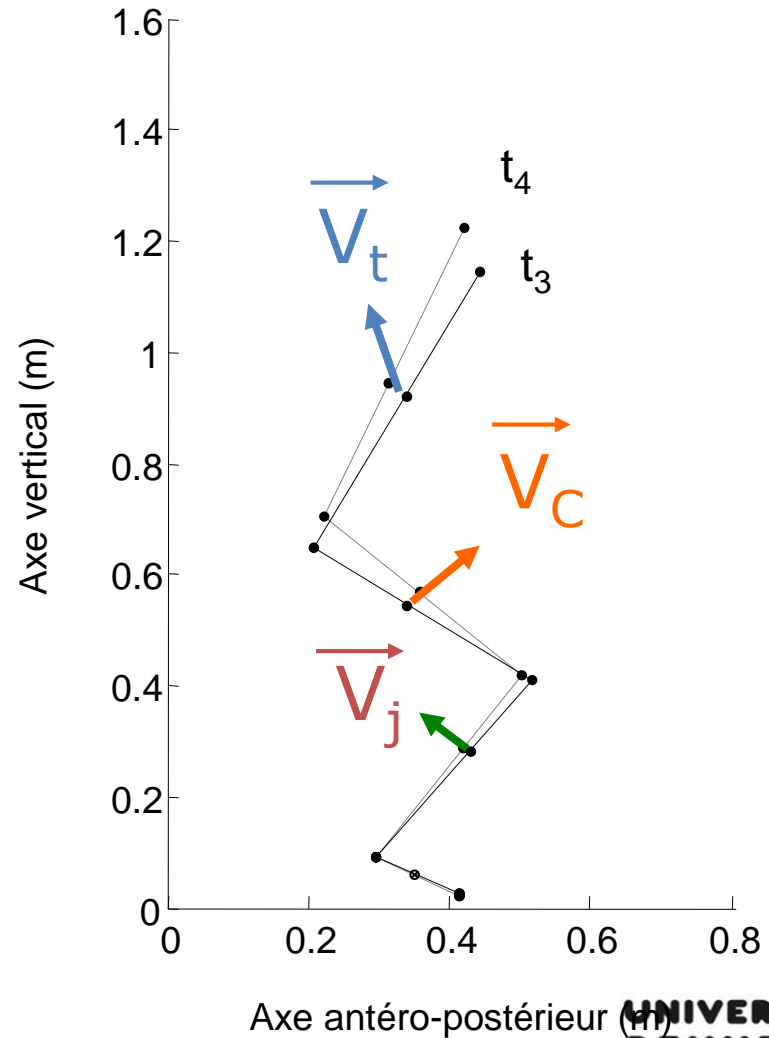
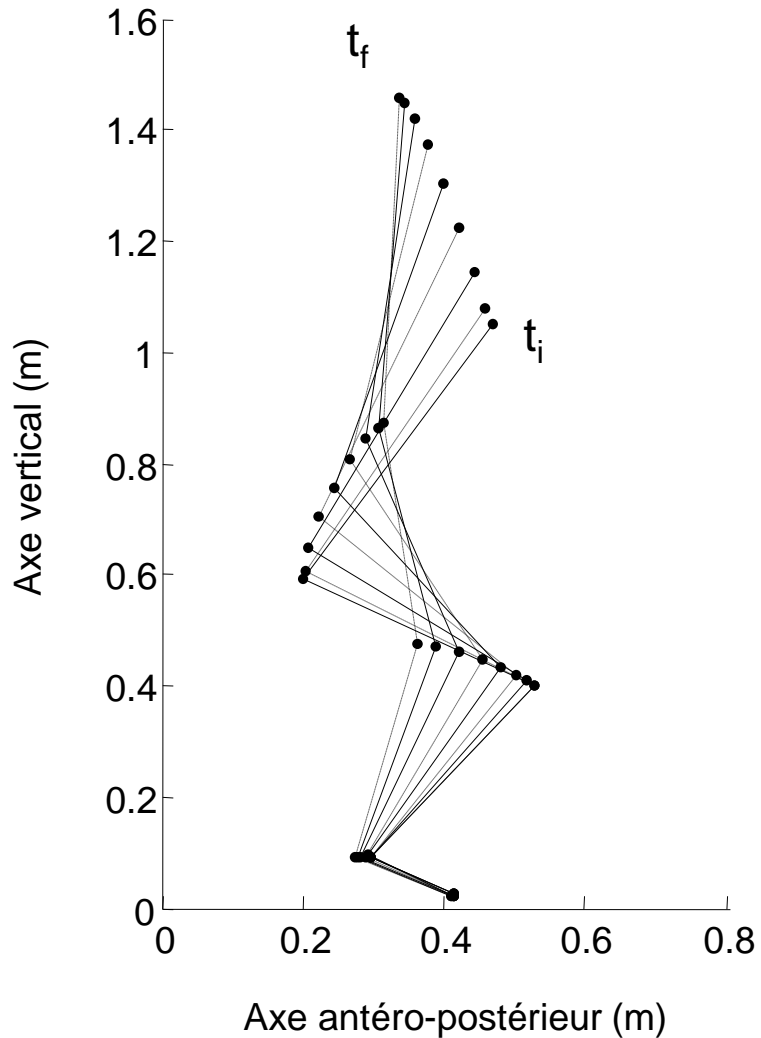
$$M \vec{v}_G = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i}$$

- La quantité de mouvement du centre de masse dépend de la somme des quantités de mouvement des segments
- La vitesse du centre de masse dépend de la vitesse de chacun des segments et de leur masse relative.



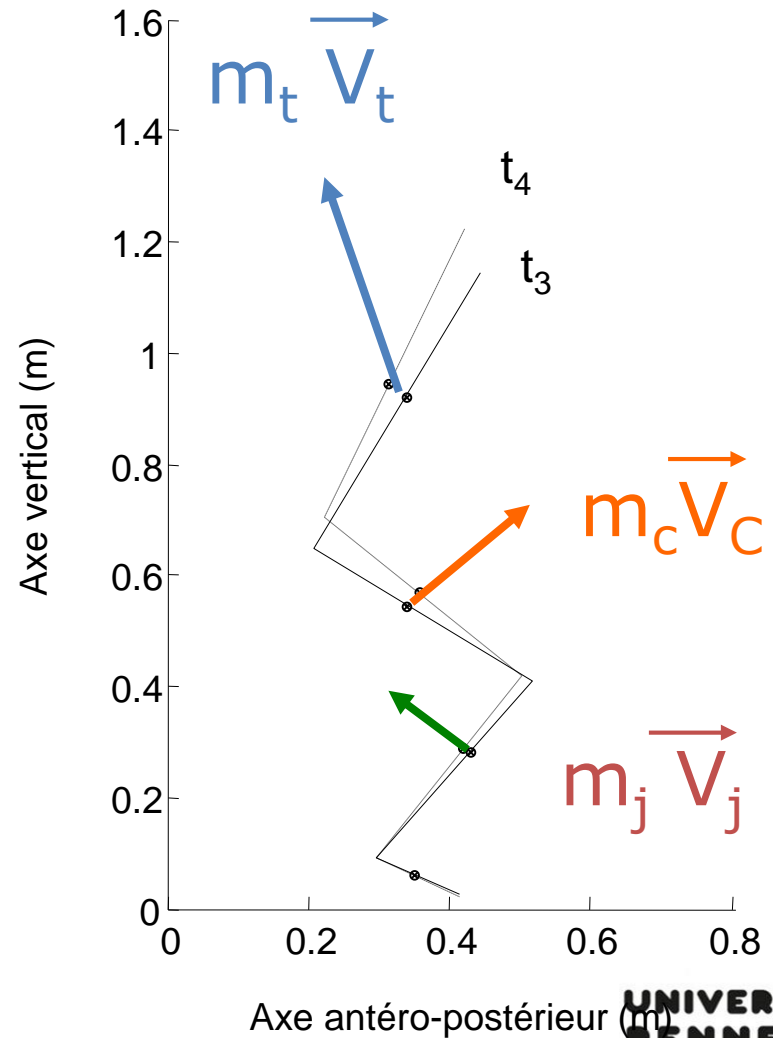
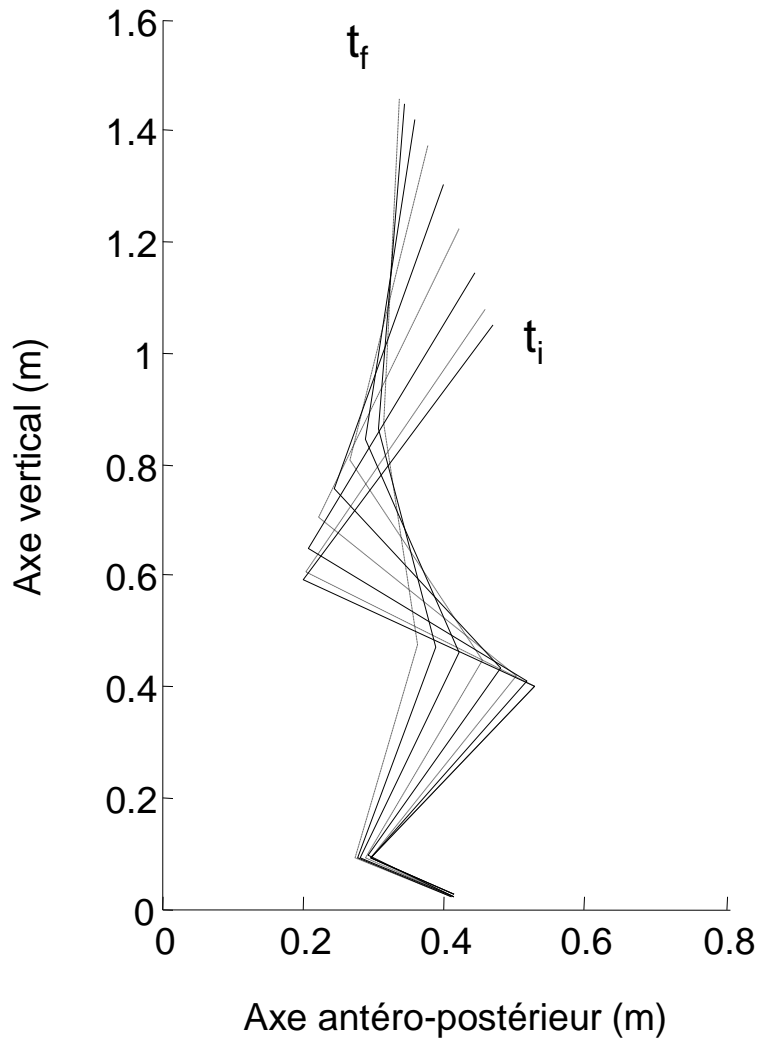
# RESULTANTE CINÉTIQUE

$$M \vec{v}_G = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i}$$



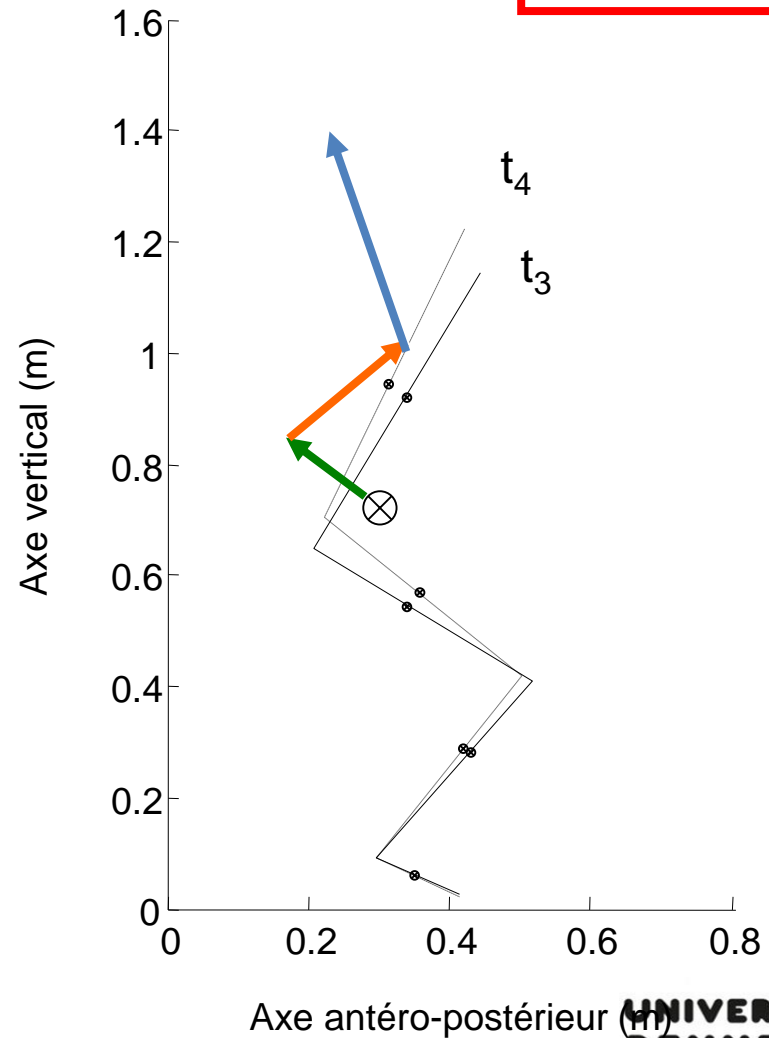
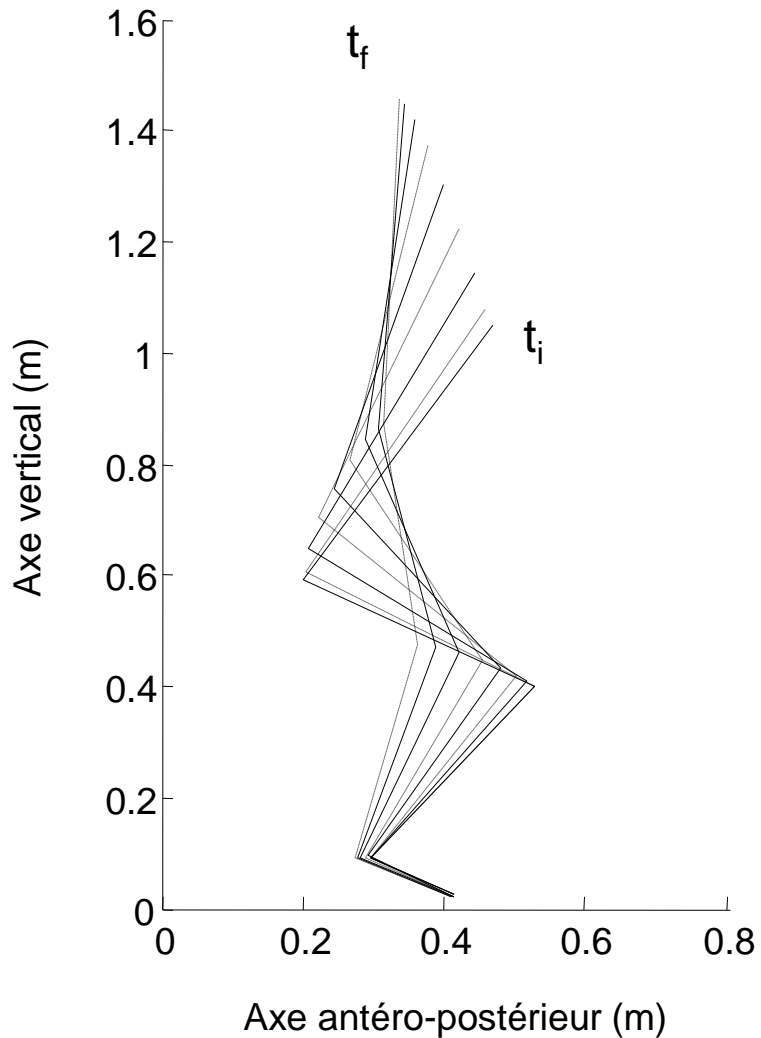
# RESULTANTE CINÉTIQUE

$$M \vec{v}_G = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i}$$



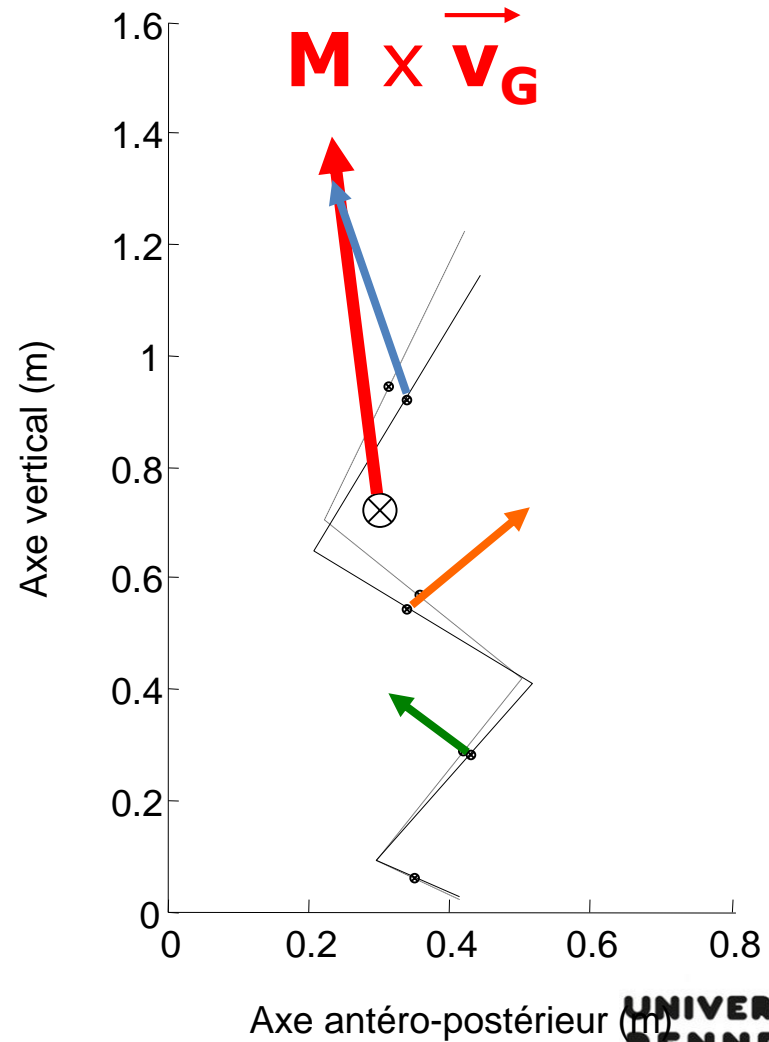
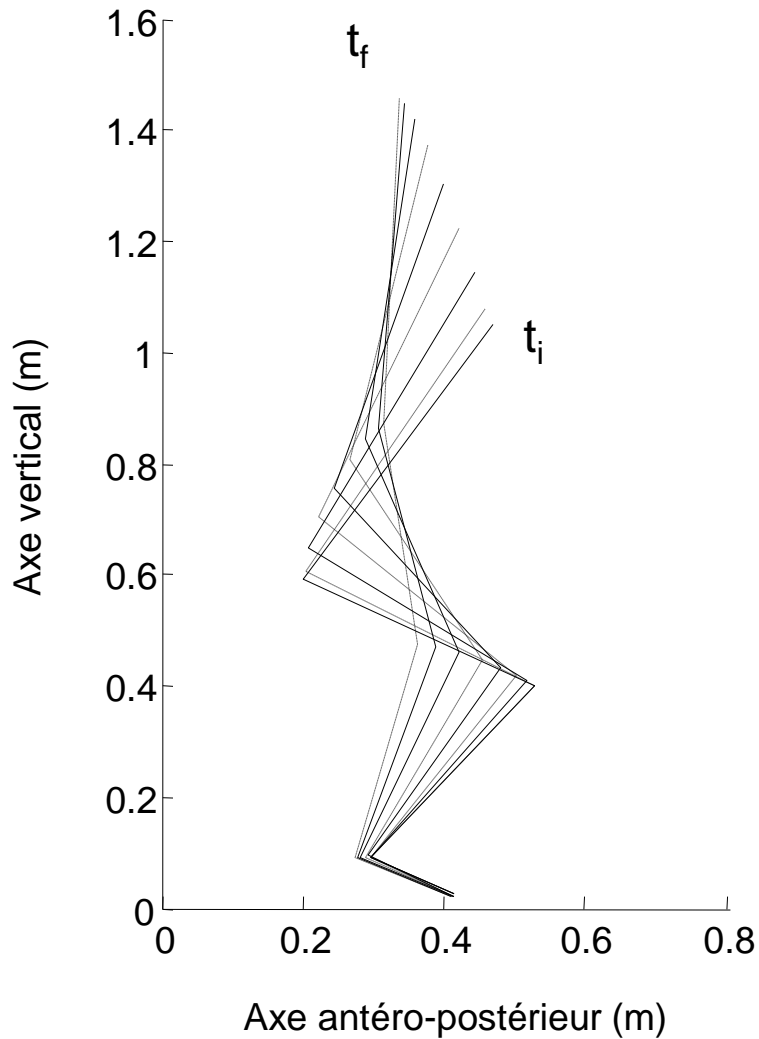
# RESULTANTE CINÉTIQUE

$$M \vec{v}_G = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i}$$



$$M \vec{v}_G = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i}$$

# RESULTANTE CINÉTIQUE



## Exemple 4: Haltérophilie



1. Comment remporter une épreuve d'arracher?
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la quantité de mouvement des différents segments du corps?





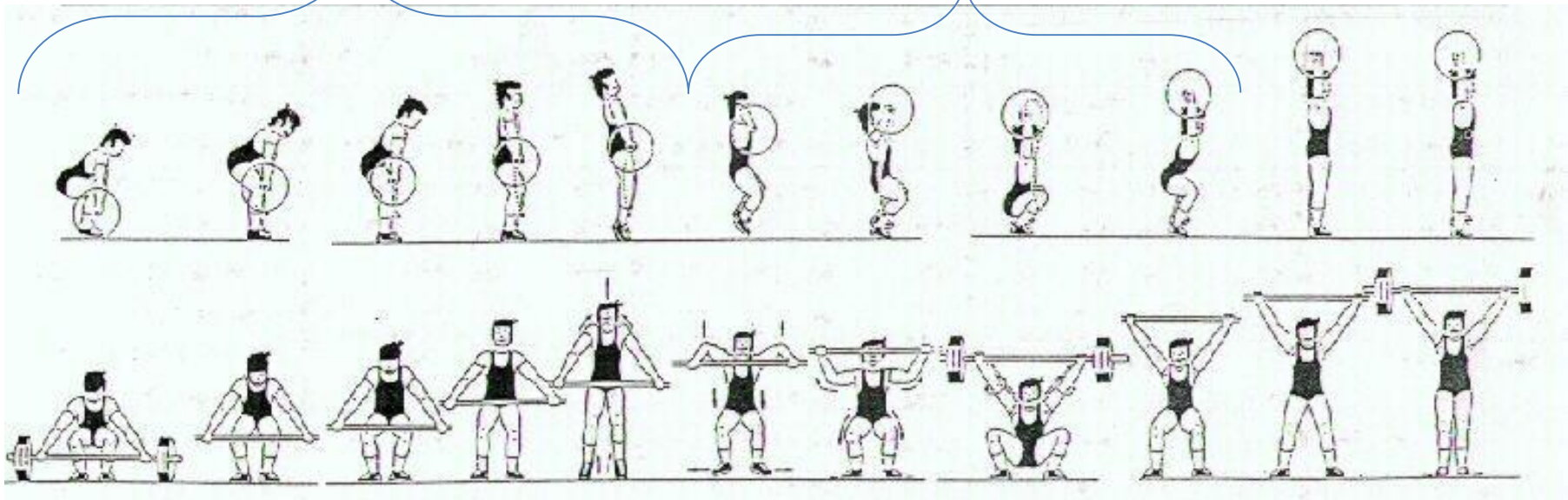
## Exemple 4: Haltérophilie



# Exemple 4: Haltérophilie

L'haltérophile s'étire très vite et très haut,

puis il s'abaisse très vite sous la barre



## Exemple 4: Haltérophilie



1. Comment remporter une épreuve d'arracher?
  - Transférer suffisamment de vitesse verticale à la barre ayant la masse la plus grande possible, autrement dit transférer la plus grande quantité de mouvement vertical à la barre
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la quantité de mouvement des différents segments du corps?
  - dans un premier temps, plus j'augmente la vitesse verticale d'un maximum de mes segments corporelle, plus j'augmente la quantité de mouvement du système (haltérophile+barre)
  - dans un second temps, plus je diminue la vitesse verticale de mes segments en les rabaissant sous la barre (quantité de mouvement négative), plus je peux transférer cette quantité de mouvement à la barre



# MOMENTS CINÉTIQUES SEGMENTAIRES

- Les moments cinétiques segmentaires sont les quantités de rotation de chaque segment autour de leur centre de masse.

$$I_i \vec{\omega}_{/G_i}$$



# MOMENTS CINÉTIQUES SEGMENTAIRES

- Les moments cinétiques segmentaires sont les quantités de rotation de chaque segment autour de leur centre de masse.
- Ces moments cinétiques segmentaires peuvent être exprimés autour du centre de masse du corps en ajoutant un terme de transport de la quantité de mouvement (linéaire) de ce segment

$$I_i \vec{\omega}_{/G_i} + \overrightarrow{GG_i} m_i \vec{v}_i$$



# MOMENTS CINÉTIQUES SEGMENTAIRES

- Les moments cinétiques segmentaires sont les quantités de rotation de chaque segment autour de leur centre de masse.
- Ces moments cinétiques segmentaires peuvent être exprimés autour du centre de masse du corps en ajoutant un terme de transport de la quantité de mouvement (linéaire) de ce segment
- **La quantité de rotation du corps est égale à la somme de la quantité de rotation de tous les segments du corps par rapport au centre de masse du corps**

$$I \vec{\omega}_{/G} = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_{/G_i} + \overrightarrow{GG_i} m_i \vec{v}_i$$



## Exemple 5: Plongeon

1. Comment réussir son entrée à l'eau au plongeon?
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la quantité de rotation des différents segments du corps?





## Exemple 5: Plongeon





## Exemple 5: Plongeon

1. Comment réussir son entrée à l'eau au plongeon?
  - La note du plongeon est influencée par la hauteur du saut et le contrôle de la rotation et l'entrée à l'eau la plus verticale possible
2. De quelle manière cet objectif dépend-il de la quantité de rotation des différents segments du corps?
  - lors de l'impulsion, la quantité de rotation du corps créée est faible et restera faible jusqu'à l'arrivée à l'eau
  - lors de l'impulsion, l'ensemble des segments prennent de la vitesse vers le haut pour la quantité de mouvement verticale du corps soit importante
  - en l'air, la quantité de rotation du corps est transférée successivement aux jambes puis au tronc, pour que la rotation totale du corps puisse-t-être complétée





← Empêcher la rotation du tronc

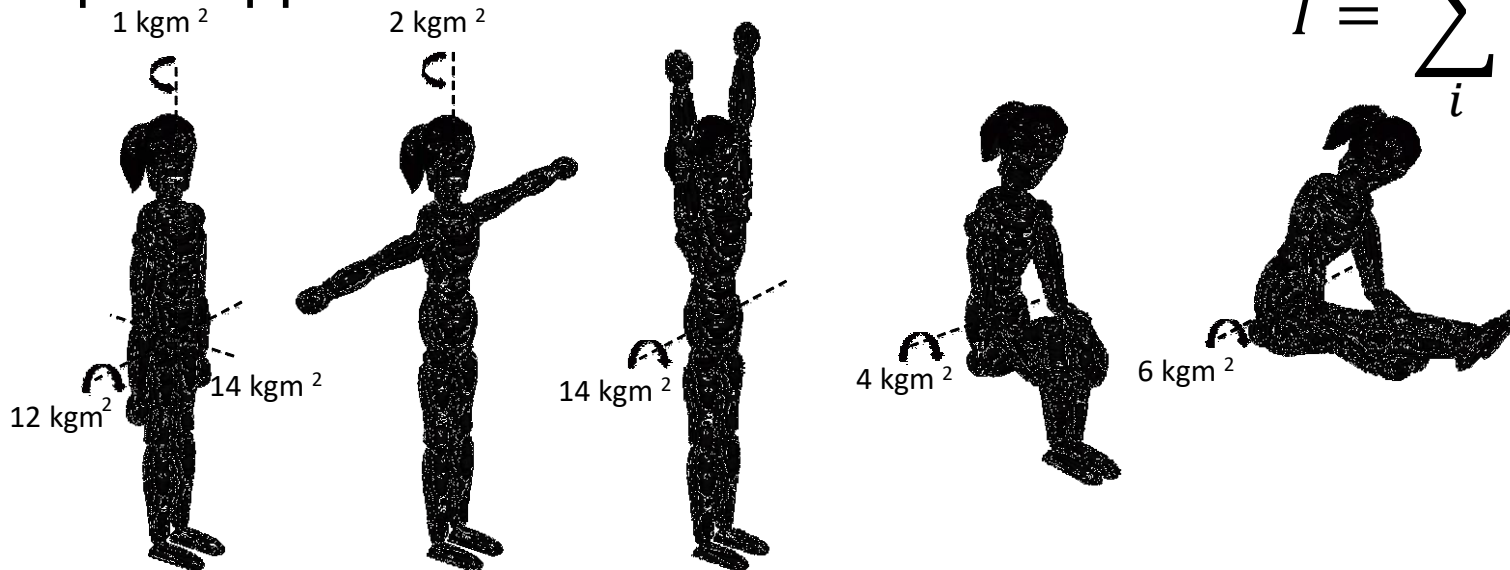
Forcer la rotation du tronc →



# MOMENT D'INERTIE ET RAYON DE GIRATION

Ils correspondent à la distance (rayon de gyration,  $r$ ) et à la répartition spatiale (moment d'inertie,  $I$ ) de la masse,  $m$  par rapport à un axe de rotation.

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$



- Le moment d'inertie représente le potentiel de résistance à la rotation
- Le moment d'inertie dépend de l'éloignement des segments par rapport au centre de masse du corps



# MOMENT D'INERTIE ET VITESSE DE ROTATION

Etant donné que la quantité de rotation (moment cinétique), est égale au produit du moment d'inertie et de la vitesse de

rotation: 
$$\sigma = \mathbf{I} \omega$$

Plus j'augmente la vitesse de rotation ( $\omega$ ) et/ou le moment d'inertie ( $\mathbf{I}$ ), plus j'augmente la quantité de rotation ( $\sigma$ )

Pour une quantité de rotation donnée ( $\sigma$ ),

- Si le moment d'inertie augmente ( $\mathbf{I}$ ), la vitesse de rotation diminue ( $\omega$ )
- Si le moment d'inertie diminue ( $\mathbf{I}$ ), la vitesse de rotation augmente ( $\omega$ )



## Exemple 6: Patinage

1. Comment réussir ses pirouettes?
2. De quelle manière ces objectifs dépendent-il de la gestion du moment d'inertie pendant la pirouette?



## Exemple 6: Patinage



## Exemple 6: Patinage

1. Comment réussir ses pirouettes?
  - Pour que la pirouette rapporte des points, il faut à la fois qu'elle tourne vite et beaucoup, potentiellement qu'il y ait des variations de forme et que la sortie soit contrôlée.
2. De quelle manière ces objectifs dépendent-il de la gestion du moment d'inertie pendant la pirouette?
  - lors de la préparation, la rotation est créée avec les bras et la jambe libre éloignée de l'axe de rotation, cela génèrera une quantité de rotation importante grâce à un grand moment d'inertie.
  - lors des tours, les segments éloignés sont progressivement rapprochés de l'axe de rotations en variant les formes pour augmenter la vitesse de rotation en diminuant le moment d'inertie
  - à la fin des tours, les bras et la jambe libre sont de nouveau écartés de l'axe de rotation pour ralentir celle-ci en réaugmentant le moment d'inertie



# Exercice 4: Salto Avant





# B) CINÉMATIQUE ET CALCUL DE LA POSITION DU CENTRE DE MASSE AU COURS D'UN MOUVEMENT

---

Calculs de la position des centres de masse à partir de coordonnées dans un repère

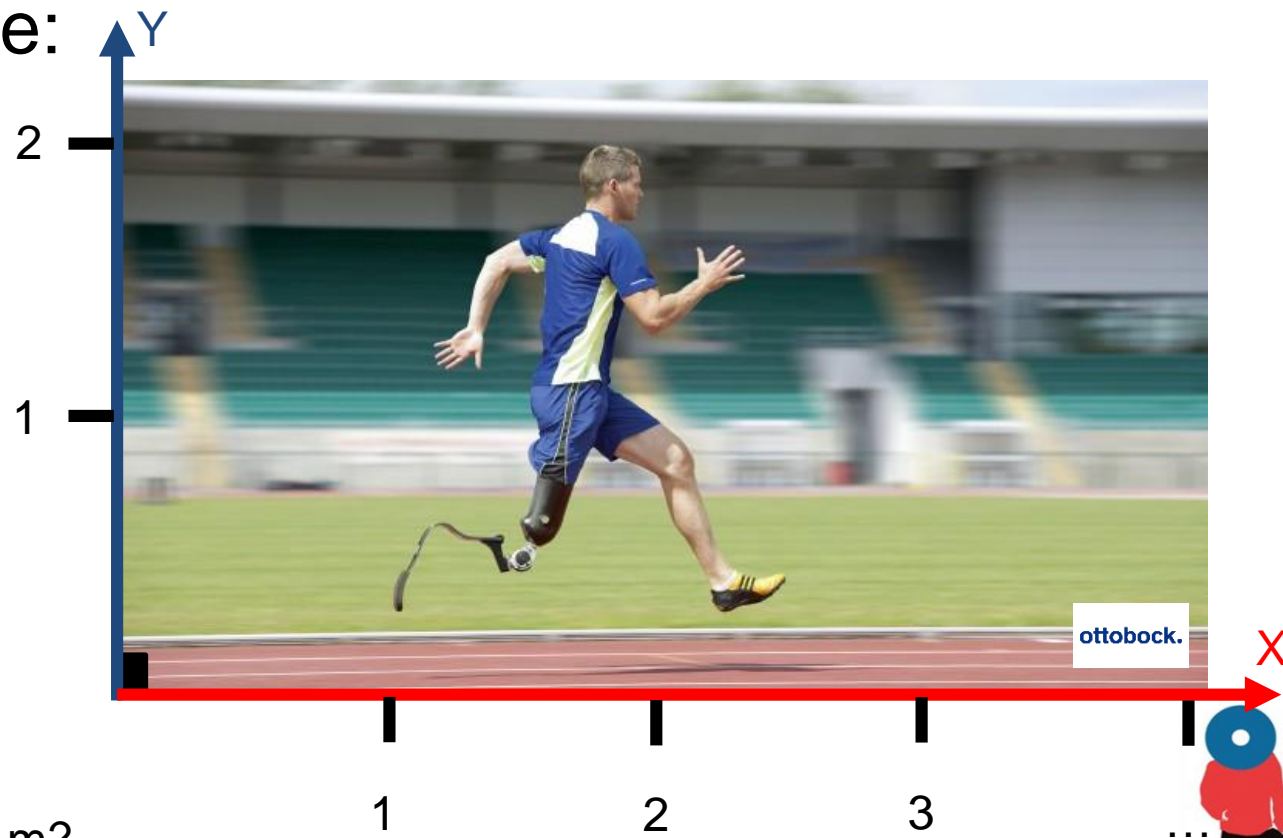
Calculs de la vitesse



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position des gomettes?

- Des coordonnées dans un repère:

2D = 2 axes  
orthogonaux  
normés  
directes



en mm, en cm, ou en m?

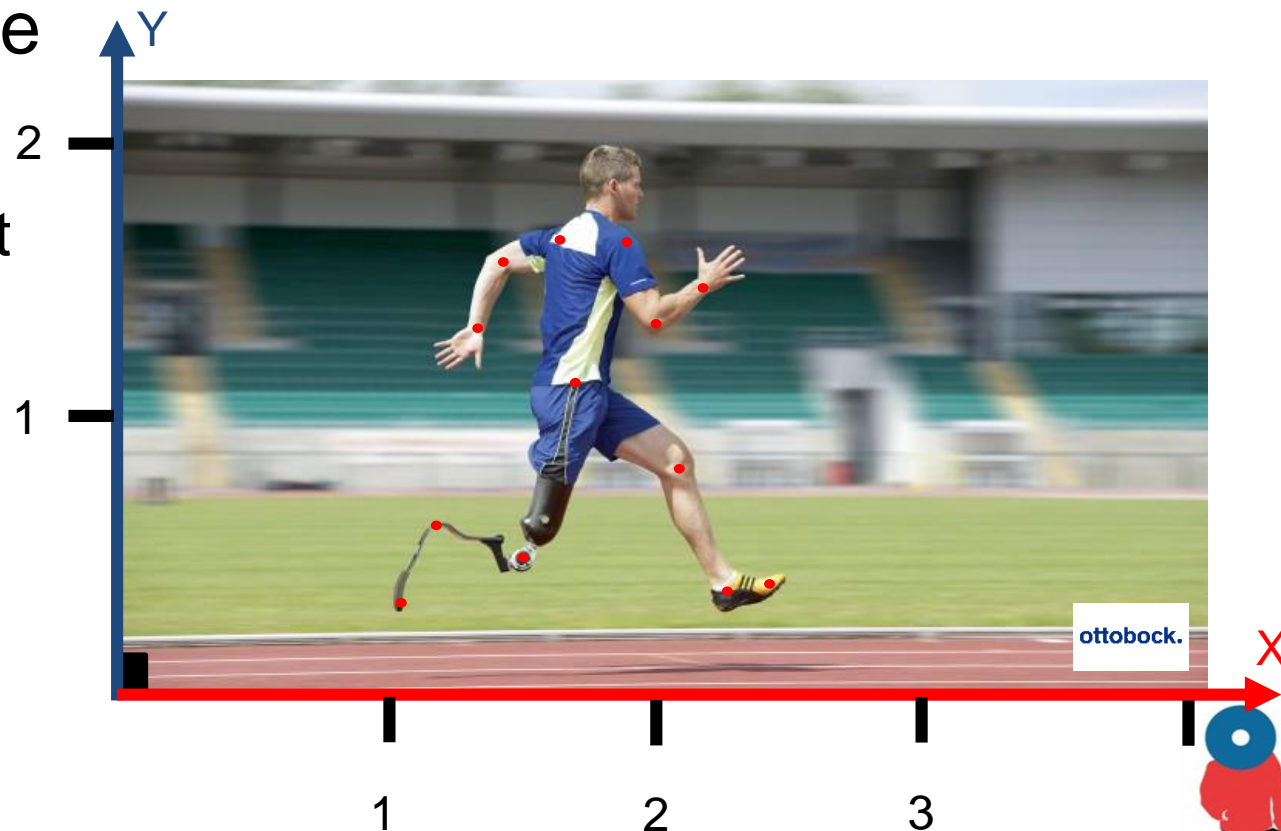


# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

- Des coordonnées dans un repère

qui correspondent à des **points anatomiques**,

en général à des **articulations**



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

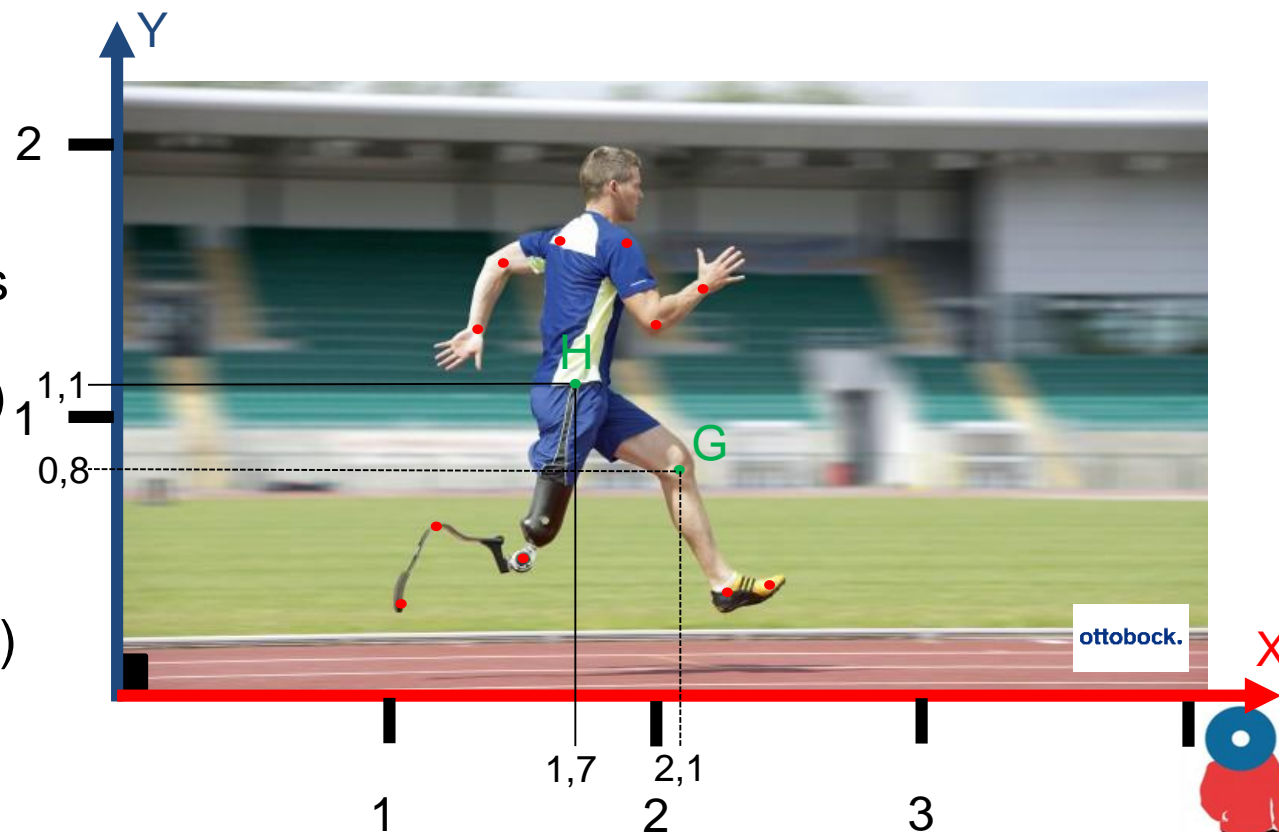
Ex:

Les coordonnées des Hanches sont:

$$H(x_H; y_H) = H(1,7; 1,1)$$

Les coordonnées du Genou sont:

$$H(x_G; y_G) = G(2,1; 0,8)$$

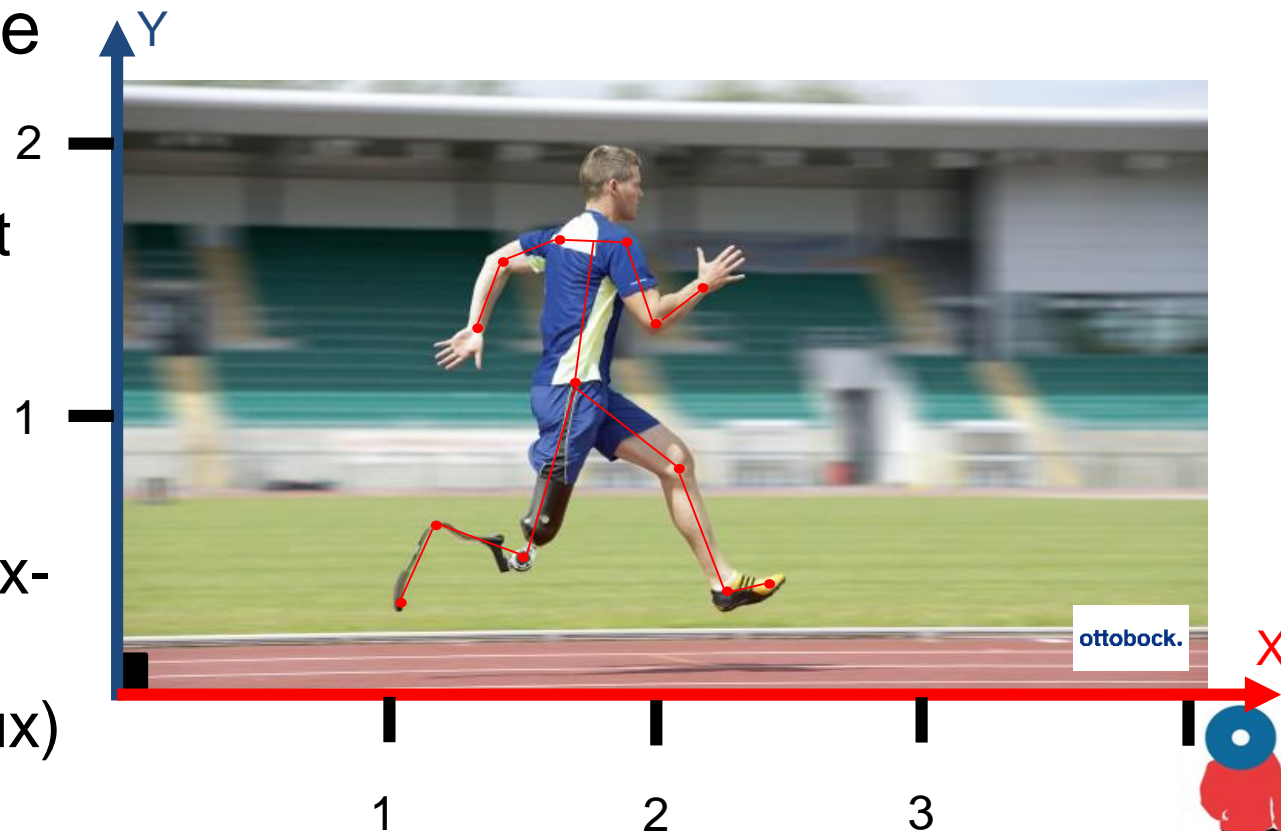


# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

- Des coordonnées dans un repère

qui correspondent à des **points anatomiques**,

qui définissent eux-mêmes **des segments** (osseux)



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

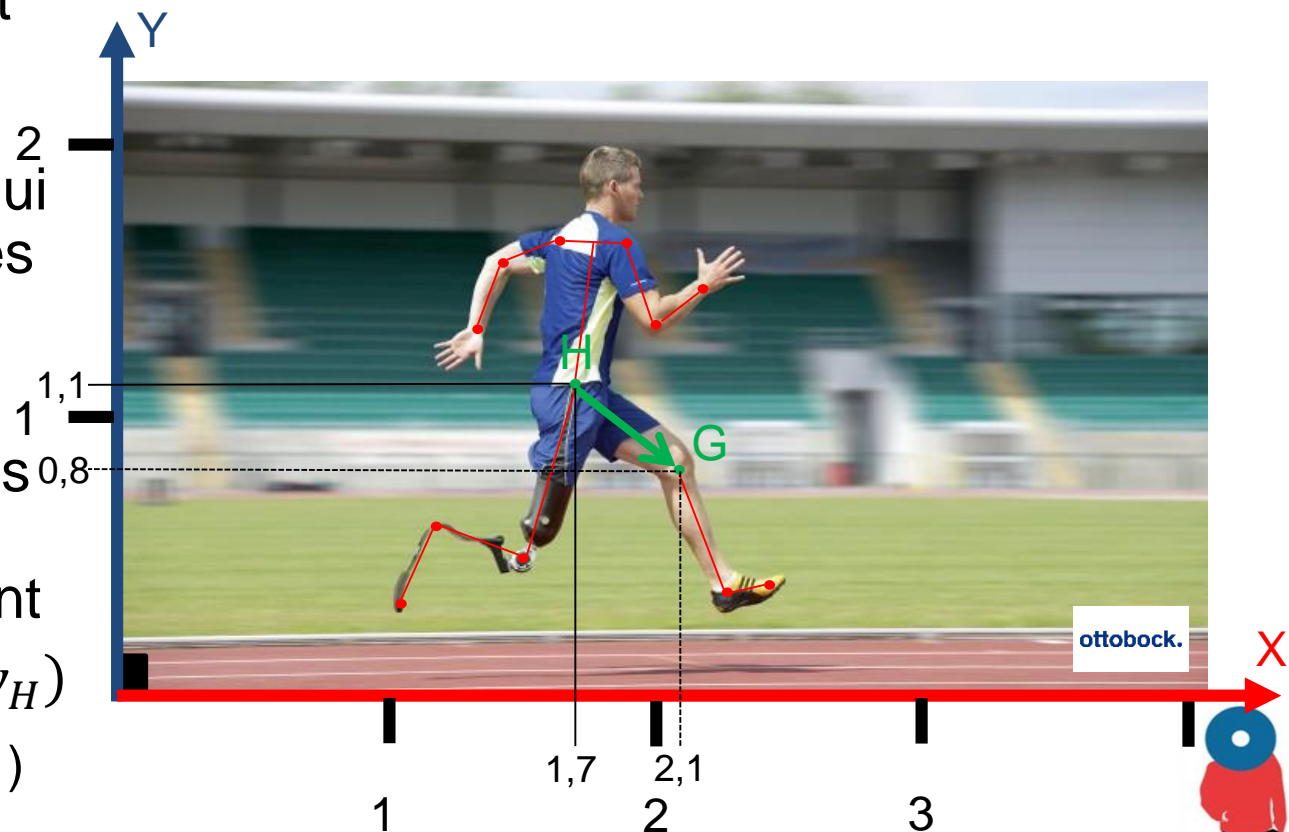
Les **segments** sont représentés mathématiquement  $2$  par des **vecteurs** qui possèdent aussi des coordonnées

Ex: les coordonnées du vecteur cuisse (hanche-genou) sont

$$\overrightarrow{HG}(x_G - x_H; y_G - y_H)$$

$$(2,1 - 1,7; 0,8 - 1,1)$$

$$(0,4; -0,3)$$





# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

- Des coordonnées dans un repère

qui correspondent à des **points anatomiques**,

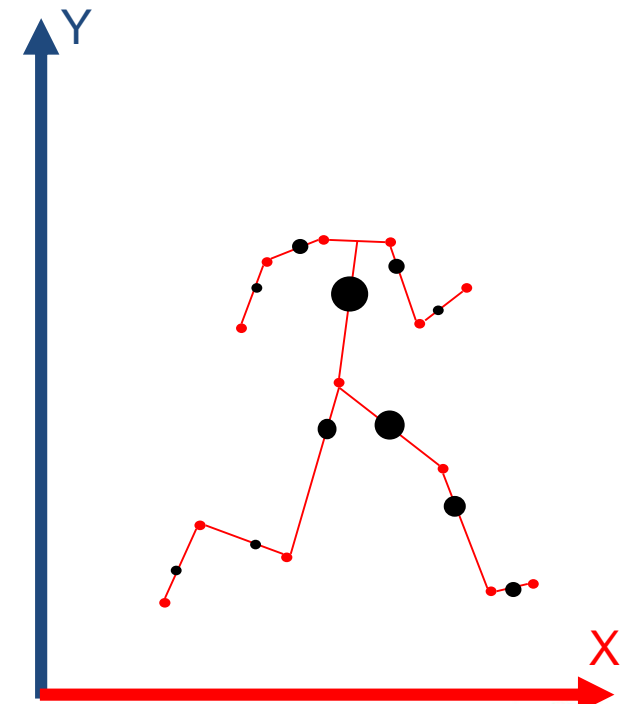
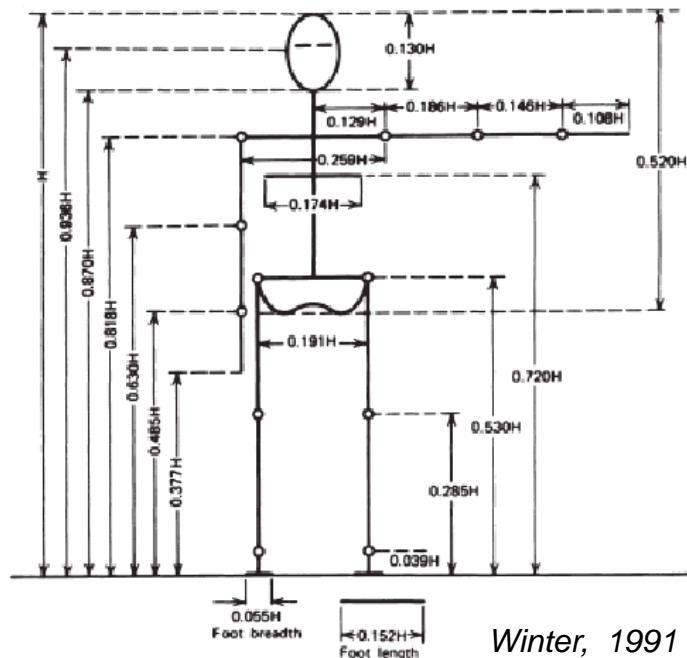
qui définissent eux-mêmes **des segments**

ces segments possèdent une **masse** et un **centre de masse** qui leurs sont propres



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

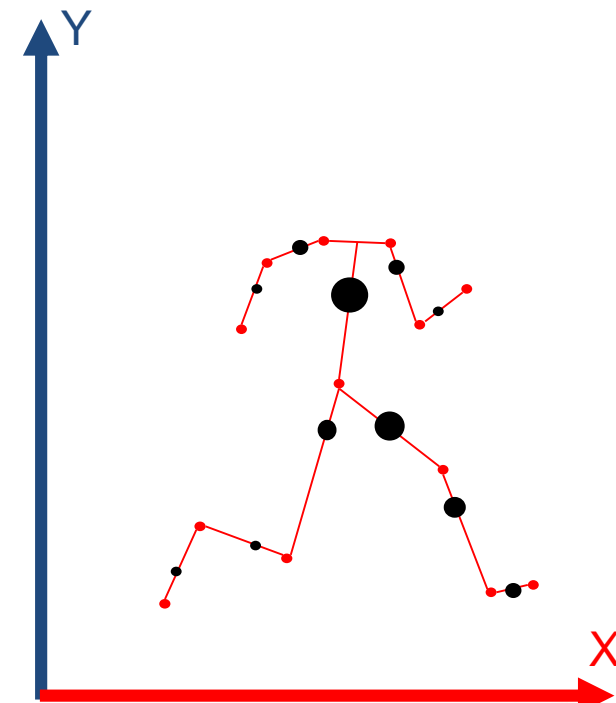
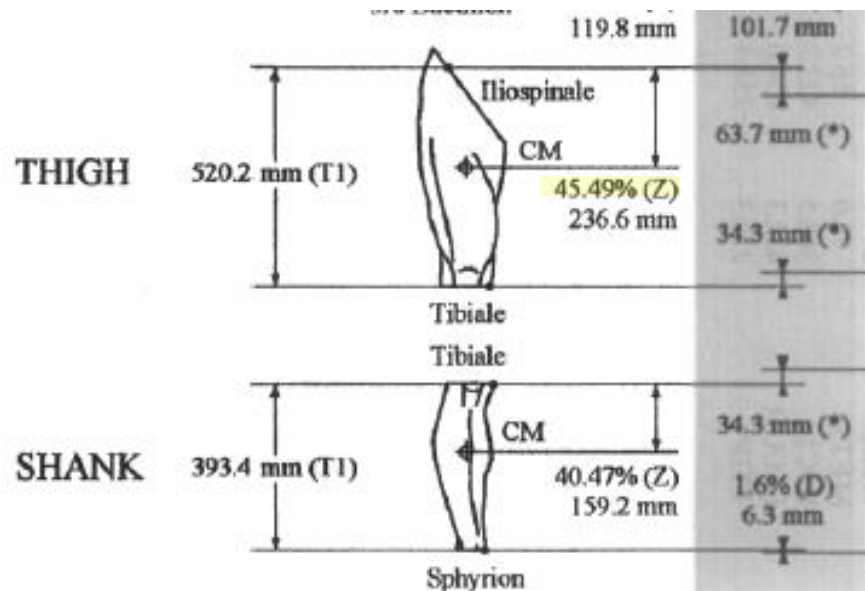
- La valeur et la position de ces centres de masse sur le segment est en général donné par une table anthropométrique:
  - Par rapport à la masse totale des individus
  - Par rapport à la longueur des segments





# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

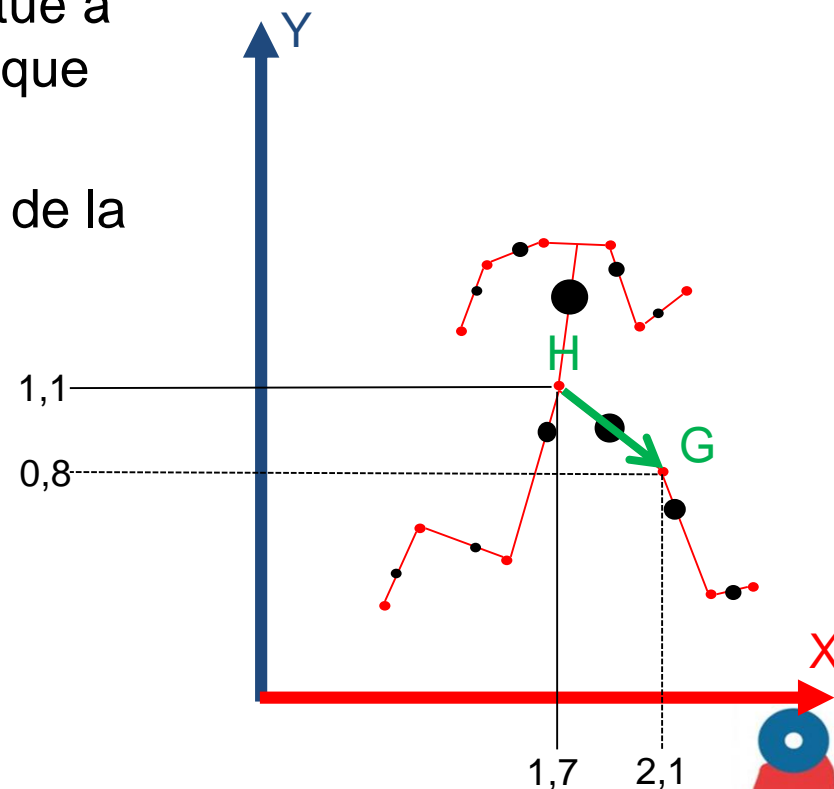
- Selon le modèle de De Leva 1996,
  - Le centre de masse de la cuisse est situé à 45,49% de la distance entre l'épine iliaque antérieure et le plateau tibial



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

- Selon le modèle de De Leva 1996,
- Le centre de masse de la cuisse est situé à 45,49% de la distance entre l'épine iliaque antérieure et le plateau tibial
- Les coordonnées du centre de masse de la cuisse sont donc :

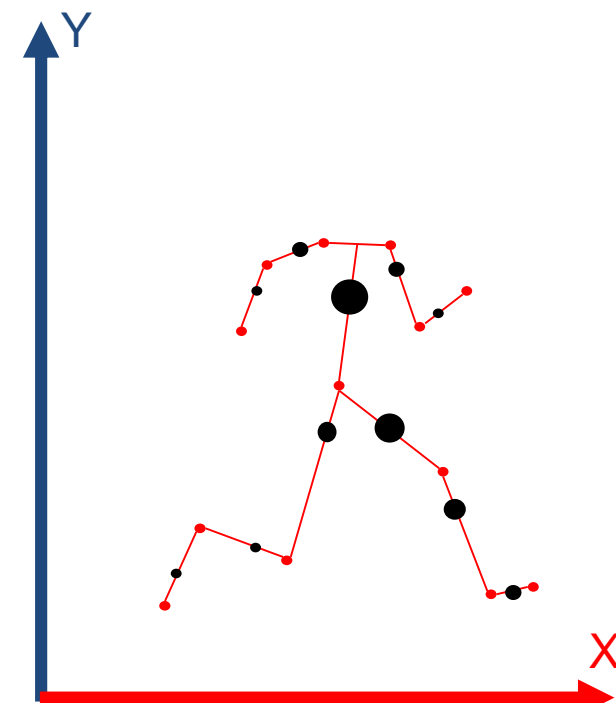
$$\begin{aligned} \overrightarrow{CM_{HG}} &= \vec{H} + 0.4549 * \overrightarrow{HG} \\ \overrightarrow{CM_{HG}} &\begin{pmatrix} x_H + 0.4549 * x_{HG} \\ y_H + 0.4549 * y_{HG} \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{CM_{HG}} &\begin{pmatrix} 1,7 + 0.4549 * 0,4 \\ 1,1 + 0.4549 * -0,3 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{CM_{HG}} &\begin{pmatrix} 1,9 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

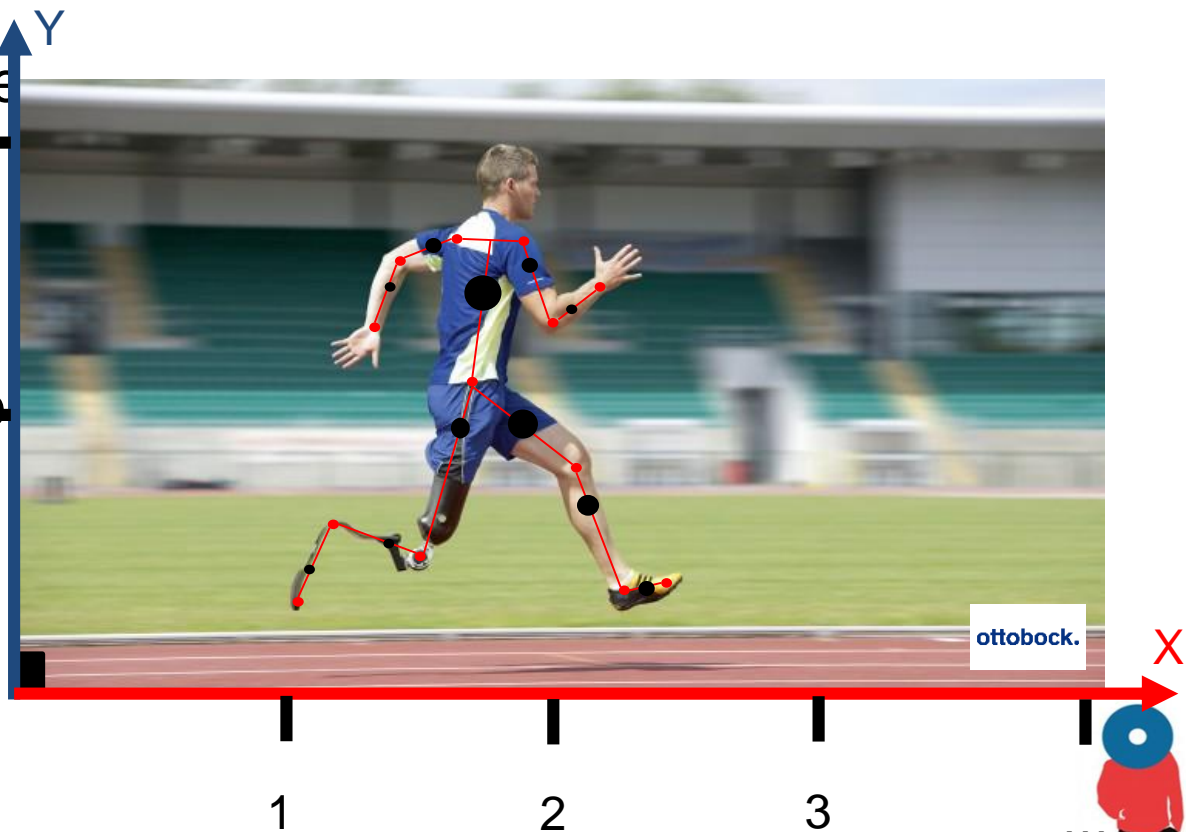
- Selon le modèle de De Leva 1996,
- Le centre de masse de la cuisse est situé à 45,49% de la distance entre l'épine iliaque antérieure et le plateau tibial
- La masse de la cuisse est égale à 14,78% la masse totale du corps soit 11,09kg pour un homme de 75kg

Segment	Endpoints		Mass* (%)	
	Origin	Other	F§	M¶
Head	VERT†	MIDG†	6.68	6.94
Trunk	SUPR†	MIDH†	42.57	43.46
UPT	SUPR†	XYPH†	15.45	15.96
MPT*	XYPH†	OMPH†	14.65	16.33
LPT	OMPH†	MIDH†	12.47	11.17
Upper arm	SJC‡	EJC‡	2.55	2.71
Forearm	EJC‡	WJC‡	1.38	1.62
Hand	WJC‡	MET3‡	0.56	0.61
Thigh	HJC‡	KJC‡	14.78	14.16
Shank	KJC‡	LMAL‡	4.81	4.33
Foot*	HEEL‡	TTIP‡	1.29	1.37



# A quoi correspondent les valeurs associées à la position?

- Ces masses et centres de masse segmentaires permettront ensuite de calculer:
  - 1 - le centre de masse global du corps (cf. cours de L1)
  - 2 - Les centres de masse des membres supérieurs et inférieurs
  - 3 - les quantités de mouvement des segments et groupes de segments



# Comment obtient-on les vitesses et accélérations à partir des positions?

- Position

x

y

- Vitesse

$$v_x = dx/dt = (x_{t2} - x_{t1}) / (t2 - t1)$$

$$v_y = dy/dt = (y_{t2} - y_{t1}) / (t2 - t1)$$

- Accélération

$$a_x = dv_x/dt = (v_{xt2} - v_{xt1}) / (t2 - t1)$$

$$a_y = dv_y/dt = (v_{yt2} - v_{yt1}) / (t2 - t1)$$

